

**Název vzdělávacího programu**

**Základy elektrotechniky – řešení příkladů**

Určeno pro potřeby dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků

středních odborných škol

**Autor**

Ing. Petr Vavřiňák

**Název a sídlo školy**

Střední škola elektrotechnická,

Ostrava, příspěvková organizace

Na Jízdárně 30,

702 00 OSTRAVA

**Rok vytvoření vzdělávacího programu**

2012

**POKYNY KE STUDIU:**

 ČAS KE STUDIU

Čas potřebný k prostudování látky. Čas je pouze orientační a  slouží jako hrubé vodítko pro rozvržení studia kapitoly.

 CÍL

Cíle, kterých lze dosáhnout prostudováním kapitoly – konkrétní dovednosti, znalosti.

 Pojmy k zapamatování

Pojmy, které si je potřeba zapamatovat.

 VÝKLAD

Teoretický výklad studované látky, zavedení nových pojmů a jejich vysvětlení.

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Podrobný postup při řešení příkladů.

 SHRNUTÍ POJMů

Zopakování hlavních pojmů.

 OTÁZKY

Několik teoretických otázek pro ověření zvládnutí kapitoly.

 Praktické úlohy

Několik praktických příkladů pro ověření zvládnutí kapitoly.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Veličina, prvek** | **Obrázek** | **Barevný model - RGB** | | |
| **Červená** | **Zelená** | **Modrá** |
| Napětí |  | 255 | 90 | 0 |
| Proud |  | 255 | 190 | 0 |
| Rezistor, vodivost |  | 0 | 0 | 255 |
| Napětí na rezistoru |  | 60 | 60 | 255 |
| Proud rezistorem |  | 120 | 120 | 255 |
| Cívka, Induktivní reaktance a susceptance |  | 255 | 0 | 0 |
| Napětí na cívce |  | 255 | 60 | 60 |
| Proud cívkou |  | 255 | 120 | 120 |
| Kondenzátor, Kapacitní reaktance a susceptance |  | 0 | 100 | 0 |
| Napětí na kondenzátoru |  | 0 | 170 | 0 |
| Proud kondenzátorem |  | 50 | 200 | 50 |
| Úhel |  | 200 | 100 | 200 |
| Impedance |  | 255 | 60 | 0 |
| Admitance |  | 255 | 150 | 0 |
| Činný výkon |  | 160 | 80 | 255 |
| Jalový výkon |  | 230 | 150 | 150 |
| Zdánlivý výkon |  | 90 | 30 | 30 |
| Osy, kóty |  | 0 | 0 | 0 |
| Pomocná čára |  | 75 | 120 | 190 |

**V celém textu jsou dodržovány tyto barevné kombinace:**

**OBSAH:**

[1. Střídavé proudy 6](#_Toc325297365)

[1.1. Znázorňování veličin střídavého proudu fázory 6](#_Toc325297366)

[1.2. Veličiny střídavého proudu 8](#_Toc325297367)

[1.2.1. Okamžitá hodnota 9](#_Toc325297368)

[1.2.2. Maximální hodnota 9](#_Toc325297369)

[1.2.3. Efektivní hodnota 9](#_Toc325297370)

[1.2.4. Střední hodnota 10](#_Toc325297371)

[Příklad 1.2.4.1. 11](#_Toc325297372)

[1.3. Fázový posun 12](#_Toc325297373)

[1.3.1. Ve fázi 12](#_Toc325297374)

[1.3.2. Proud se zpožďuje za napětím 13](#_Toc325297375)

[1.3.3. Proud předbíhá napětí 13](#_Toc325297376)

[1.3.4. V protifázi 14](#_Toc325297377)

[1.4. Jednoduché obvody střídavého proudu 15](#_Toc325297378)

[1.4.1. Ideální rezistor v obvodu střídavého proudu 15](#_Toc325297379)

[1.4.2. Ideální cívka v obvodu střídavého proudu 18](#_Toc325297380)

[1.4.3. Ideální kondenzátor v obvodu střídavého proudu 22](#_Toc325297381)

[1.5. Sériové řazení prvků 26](#_Toc325297382)

[1.5.1. Sériové řazení R a L 26](#_Toc325297383)

[Příklad 1.5.1.1. 32](#_Toc325297384)

[Příklad 1.5.1.2. 37](#_Toc325297385)

[1.5.2. Sériové řazení R a C 41](#_Toc325297386)

[Příklad 1.5.2.1. 43](#_Toc325297387)

[1.5.3. Sériové řazení L a C 49](#_Toc325297388)

[1.5.4. Sériové řazení R a L a C 52](#_Toc325297389)

[Příklad 1.5.4.1. 55](#_Toc325297390)

[1.6. Paralelní řazení prvků 62](#_Toc325297391)

[1.6.1. Paralelní řazení R a L 62](#_Toc325297392)

[Příklad 1.6.1.1. 68](#_Toc325297393)

[1.6.2. Paralelní řazení R a C 73](#_Toc325297394)

[Příklad 1.6.2.1. 77](#_Toc325297395)

[1.6.3. Paralelní řazení L a C 82](#_Toc325297396)

[1.6.4. Paralelní řazení R a L a C 85](#_Toc325297397)

[Příklad 1.6.4.1. 89](#_Toc325297398)

[1.7. Sérioparalelní řazení prvků R, L, C 96](#_Toc325297399)

[1.7.1. Přepočet sériového obvodu na paralelní 96](#_Toc325297400)

[Příklad 1.7.1.1. 99](#_Toc325297401)

[1.7.2. Přepočet paralelního obvodu na sériový 103](#_Toc325297402)

[Příklad 1.7.2.1. 106](#_Toc325297403)

[1.7.3. Využití přepočtů duálních obvodů pro výpočet sérioparalelních   
obvodů 109](#_Toc325297404)

[Příklad 1.7.3.1. 113](#_Toc325297405)

[Příklad 1.7.3.2. 121](#_Toc325297406)

[1.7.4. Výpočet sérioparalelních obvodů zjednodušováním obvodů pomocí impedancí a admitancí 128](#_Toc325297407)

[Příklad 1.7.4.1. 134](#_Toc325297408)

[1.8. Skutečné parametry rezistorů, cívek a kondenzátorů 138](#_Toc325297409)

[1.8.1. Skutečný rezistor 139](#_Toc325297410)

[1.8.2. Skutečná cívka 139](#_Toc325297411)

[1.8.3. Skutečný kondenzátor 140](#_Toc325297412)

[Příklad 1.8.3.1. 142](#_Toc325297413)

[Příklad 1.8.3.2. 143](#_Toc325297414)

[1.9. Řešení obvodů střídavého proudu symbolickou metodou 144](#_Toc325297415)

[1.9.1. Komplexní číslo 144](#_Toc325297416)

[1.9.2. Matematické operace s komplexními čísly 147](#_Toc325297417)

[Příklad 1.9.2.1. 149](#_Toc325297418)

[Příklad 1.9.2.2. 149](#_Toc325297419)

[1.9.3. Impedance a admitance v komplexním tvaru 151](#_Toc325297420)

[1.9.4. Řešení obvodů symbolickou metodou 154](#_Toc325297421)

[Příklad 1.9.4.1. 155](#_Toc325297422)

[Příklad 1.9.4.2. 160](#_Toc325297423)

1. Střídavé proudy
   1. Znázorňování veličin střídavého proudu fázory

 ČAS KE STUDIU

20 minut + 20 minut konstrukce sinusoidy.

 CÍL

Pochopit znázorňování veličin střídavého proudu. Nakreslit sinusový průběh veličin střídavého proudu.

 Pojmy k zapamatování

Fázor = vektor otáčející se kolem počátku.

Frekvence = počet cyklů za sekundu, značí se f a jednotkou je Hz (velikostně 1 Hz = 1 s-1).

Perioda = doba jednoho cyklu, značí se T, jednotkou je s a je převrácenou hodnotou frekvence .

Úhlová rychlost = úhel za čas, značí se ω a její jednotkou je rad ⋅ s-1. Dá se vypočíst i jako počet otočení (cyklů) za sekundu (frekvence) násobený plným úhlem   
ω = 2 ⋅ π ⋅ f.

 VÝKLAD

Veličiny střídavého proudu se znázorňují tzv. fázory, což jsou vektory otáčející se kolem počátku úhlovou rychlostí ω. Směr otáčení je proti směru hodinových ručiček. Úhlovou rychlost ω můžeme vypočítat ze vztahu ω = 2 ⋅ π ⋅ f [rad ⋅ s-1], kde 2 ⋅ π je plný úhel a f je počet otočení fázoru za sekundu, tedy frekvence. Úhlová rychlost (někdy nazývaná kruhová frekvence nebo úhlový kmitočet) tedy udává o jaký úhel (v radiánech) se otočí fázor za sekundu.

Pomocí fázoru dané veličiny lze zkonstruovat její sinusový průběh. Při konstrukci vycházíme z kruhu o poloměru, který odpovídá amplitudě (viz dále) veličiny. Dále nakreslíme fázor veličiny pootočený po několika úhlech například po 30° (π/6). Z průsečíku fázoru a kružnice spustíme kolmici k ose x a vytvoříme pravoúhlý trojúhelník. Tato kolmice je v trojúhelníku protilehlou odvěsnou k úhlu (α), který svírá fázor s osou x, její délka tedy odpovídá součinu amplitudy veličiny a sinu tohoto úhlu (Imax ⋅ sin α). Na časové ose vyznačíme dílky po úhlech, ve kterých jsme kreslili fázory (π/6). Do každého dílku pak vyneseme odpovídající velikost protilehlé odvěsny trojúhelníku. Konce vynesených protilehlých odvěsen nakonec propojíme a tím vykreslíme sinusoidu.

Otočením fázoru o plný úhel (2 ⋅ π) jsme na časové ose vynesli dobu periody T. Jelikož počet otočení fázoru (tedy i počet period) za sekundu je frekvence, je doba periody její převrácenou hodnotou:

;

Imax

α

(α = 30°, α = rad)

Imax ⋅ sin α

I

α

t

T

ω

i = Imax ⋅ sin α

***POZNÁMKA:***

*Postup konstrukce sinusoidy naleznete ve výukové prezentaci číslo 1.*

 SHRNUTÍ POJMů

Fázor, perioda, frekvence, úhlová rychlost, sinusový průběh střídavých veličin.

 OTÁZKY

Co je to fázor?

Jaký je vztah mezi periodou a frekvencí?

Na čem závisí úhlová rychlost?

 Praktické úlohy

Na výkres v měřítku 1 cm 1 A a 1 cm 10° narýsujte sinusoidu proudu s amplitudou 5 A. Okamžitou hodnotu proudu vyneste po 30° .

* 1. Veličiny střídavého proudu

 ČAS KE STUDIU

45 minut

 CÍL

Pochopit hodnoty veličin střídavého proudu.

 Pojmy k zapamatování

Okamžitá hodnota = hodnota dané veličiny odpovídající určitému časovému okamžiku.  
Maximální hodnota = největší okamžitá hodnota, neboli amplituda dané veličiny.  
Efektivní hodnota = hodnota střídavé veličiny, která vyvolá stejný tepelný účinek jako myšlená hodnota veličiny stejnosměrné.  
Střední hodnota = hodnota střídavé veličiny, která vyvolá stejný chemický účinek jako myšlená hodnota veličiny stejnosměrné.  
 VÝKLAD

U střídavých sinusových veličin rozlišujeme několik hodnot:

- Okamžitá hodnota.  
 - Maximální hodnota.  
 - Efektivní hodnota.  
 - Střední hodnota.

* + 1. Okamžitá hodnota

α

Imax ⋅ sin α

ω

i = Imax ⋅ sin α

α

α (t)

I

Je hodnota odpovídající určitému časovému okamžiku. Z obrázku je zřejmé, že se jedná o délku kolmého průmětu fázoru v daném okamžiku, tedy o délku protilehlé odvěsny pravoúhlého trojúhelníku. Označujeme ji malými písmeny (i, u). Velikost okamžité hodnoty je dána součinem amplitudy veličiny a sinu úhlu, který svírá v daném okamžiku fázor s osou x   
(i = Imax⋅ sin α; u = Umax⋅ sin α).

Jelikož se fázory otáčí konstantní úhlovou rychlostí ω a jelikož uhlová rychlost je úhel za čas , přičemž pro konstantní rychlost platí zjednodušený tvar , pak úhel α můžeme vyjádřit ze vztahu . Okamžitou hodnotu tedy můžeme vyjádřit vztahy: i = Imax⋅ sin (ω ⋅ t); u = Umax⋅ sin (ω ⋅ t).

t

Imax

I

* + 1. Maximální hodnota

Je největší okamžitá hodnota neboli amplituda veličiny.   
Ozařujeme ji indexem „max“ (Imax; Umax).

* + 1. Efektivní hodnota

Efektivní hodnota střídavého proudu je rovna hodnotě myšleného proudu stejnosměrného, který by vyvolal při průchodu vodičem stejný tepelný účinek (efekt) jako skutečný střídavý proud. Efektivní hodnoty značíme stejně jako stejnosměrné hodnoty velkými písmeny (I, U - někdy s indexem „ef“ Ief, Uef). Pro odvození velikosti efektivní hodnoty proudu vycházíme z tepelných (Jouleových) ztrát. Okamžitá hodnota je dána vztahem a po dosazení za okamžitou hodnotu proudu pak  
. A jelikož časový průběh výkonu je dán druhou mocninou funkce sinus, je jeho hodnota stále kladná a má dvojnásobnou frekvenci. Maximální hodnota výkonu je pak dána vztahem .

t

I, P

Pmax

Pef

p

i

Z obrázku je patrné, že efektivní hodnota výkonu je přesně polovinou maximální hodnoty výkonu (plocha nad, se rovná ploše pod efektivní hodnotou výkonu), tedy A jelikož zároveň musí platit vztah , dostaneme matematickou úpravou z rovnosti těchto vztahů vztah pro velikost efektivní hodnoty proudu:

Obdobný vztah lze odvodit i pro efektivní hodnotu napětí:

* + 1. Střední hodnota

t

I

Istř

i

Imax

Střední hodnota střídavého proudu je rovna hodnotě myšleného proudu stejnosměrného, který by vyvolal stejné chemické účinky jako skutečný střídavý proud. Počítá se jen z doby půlperiody. Její velikost je dána stranou obdélníku, jehož délka odpovídá době půlperiody a  plocha odpovídá ploše půlvlny sinusového průběhu proudu. Značí se velkým písmenem s indexem „stř“ nebo „av“ (average) Istř, Ustř nebo Iav, Uav. Střední hodnotu jedné půlvlny vypočteme ze vztahu:

***POZNÁMKA:***

*Hodnoty střídavého proudu naleznete ve výukové prezentaci číslo 1.*

 SHRNUTÍ POJMů

Okamžitá hodnota, maximální hodnota, amplituda, efektivní hodnota, střední hodnota

 OTÁZKY

Definujte efektivní hodnotu střídavého elektrického proudu.

Definujte okamžitou hodnotu střídavého elektrického proudu.

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Vypočtěte okamžitou hodnotu proudu v čase 132 ms, je-li maximální hodnota proudu 15 mA a frekvence je 50 Hz. Dále vypočtěte efektivní hodnotu tohoto proudu.

*Vyjádření zadání:*

|  |  |
| --- | --- |
| t = 132 ms = 0,132 s | i = ? |
| Imax = 15 mA = 0,015 A | I = ? |
| f = 50 Hz |  |

**Řešení:**

i = Imax⋅ sin (ω ⋅ t) = Imax⋅ sin (2 ⋅ π ⋅ f ⋅ t) = 0,015⋅sin (2 ⋅ π ⋅ 50 ⋅ 0,132) =   
0,015 ⋅ (− 0,5878)   
i = − 0,008 817 A = − 8,817 mA

***POZNÁMKA:***

*Úhel vyjádřený součinem ωt je v radiánech a proto si nesmíme zapomenout přepnout kalkulačku.*

 Praktické úlohy

Vypočtěte okamžitou hodnotu proudu v čase 0,2 s, je-li maximální hodnota proudu 7,5 mA a frekvence je 32 Hz. Dále vypočtěte efektivní hodnotu tohoto proudu a střední hodnotu jedné půlvlny tohoto proudu.

* 1. Fázový posun

 ČAS KE STUDIU

20 minut + 30 minut konstrukce sinusoid.

 CÍL

Pochopit fázový posun veličin střídavého proudu.

 Pojmy k zapamatování

Ve fázi = úhel mezi fázory je roven nule.  
Proud se zpožďuje za napětím = fázor proudu je proti fázoru napětí posunut o určitý úhel ve směru hodinových ručiček.

Proud předbíhá napětí = fázor proudu je proti fázoru napětí posunut o určitý úhel proti směru hodinových ručiček.

V protifázi = úhel mezi fázory je roven 180° (π rad).

 VÝKLAD

* + 1. Ve fázi

Dva fázory jsou tzv. ve fázi, jestliže svírají nulový úhel a jejich okamžité hodnoty nabývají nulové hodnoty i hodnoty maximální ve stejný okamžik.

U, I

φ (t)

u

i

U

I

φ = 0°

***POZNÁMKA:***

*V elektrotechnice se úhel vyjadřující fázový posun mezi proudem a napětím označuje řeckým písmenem φ.*

* + 1. Proud se zpožďuje za napětím

Pokud se proud zpožďuje za napětím, pak fázor proudu je proti fázoru napětí posunut o určitý úhel (v obrázku o 60°) ve směru hodinových ručiček (proti směru otáčení fázorů). Také všechny odpovídající okamžité hodnoty proudu (nulové, maximální) jsou časově zpožděny za napětím o dobu odpovídající úhlu zpoždění (60°).

Můžeme samozřejmě také říct, že *napětí přebíhá proud* o určitý úhel (60°). Pak všechny odpovídající okamžité hodnoty napětí (nulové, maximální) časově předbíhají proud o dobu odpovídající úhlu předbíhání (60°). Obě tvrzení jsou rovnocenná.

U

I

U, I

φ (t)

i

T

φ = 60°

φ = 60°

ω

φ = 60°

u

* + 1. Proud předbíhá napětí

Pokud proud předbíhá napětí, pak fázor proudu je proti fázoru napětí posunut o určitý úhel (v obrázku o 120°) proti směru hodinových ručiček. Také všechny odpovídající okamžité hodnoty proudu (nulové, maximální) časově předbíhají napětí o dobu odpovídající úhlu předbíhání (120°).

Můžeme samozřejmě také říct, že *napětí se za proudem zpožďuje* o určitý úhel (120°). Pak všechny odpovídající okamžité hodnoty napětí (nulové, maximální) jsou časově zpožděny za proudem o dobu odpovídající úhlu zpoždění (120°). Obě tvrzení jsou opět rovnocenná.

U

I

U, I

φ (t)

u

i

T

φ = 120°

φ = 120°

ω

φ = 120°

* + 1. V protifázi

Fázory jsou v protifázi, jestliže jsou posunuty o 180°, průběhy jejich okamžitých hodnot procházejí nulovými i maximální hodnotami ve stejný okamžik, ale jejich maximální hodnoty jsou v opačných polaritách.

U, I

φ (t)

u

i

U

I

φ = 180°

***POZNÁMKA:***

*Ukázky konstrukce sinusoid s fázovým posunem naleznete ve výukové prezentaci číslo 1.*

 SHRNUTÍ POJMů

Ve fázi, proud předbíhá napětí, proud se zpožďuje za napětím, v protifázi.

 OTÁZKY

Definujte předbíhání a zpožďování fázorů.

Kdy jsou dva fázory ve fázi a kdy v protifázi?

 Praktické úlohy

Na výkres v měřítku 1 cm 1 A, 1 cm 10 V a 1 cm 30° narýsujte sinusoidy proudu s amplitudou 4 A (červeně), napětí U1 s efektivní hodnotou 21,9 V a fázovým posunem za proud o 60° (modře) a napětí U2 s efektivní hodnotou 42,4 V a fázovým posunem před proud o 30° (zeleně). Na výkrese naznačte fázový posun mezi napětími U1 a U2 a určete jeho velikost.

* 1. Jednoduché obvody střídavého proudu

Jednoduchým obvodem se rozumí elektrický obvod vytvořený jen jedním ideálním obvodovým prvkem (rezistorem R, cívkou L, kondenzátorem C) připojeným ke zdroji střídavého napětí U. Obvodem prochází střídavý elektrický proud I.

* + 1. Ideální rezistor v obvodu střídavého proudu

 ČAS KE STUDIU

45 minut.

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v obvodu s ideálním rezistorem.

 Pojmy k zapamatování

Ideální rezistor = prvek elektrického obvodu, který se projevuje jen elektrickým odporem R [Ω].

Fázový posun proudu a napětí na ideálním rezistoru = fázor proudu je ve fázi s fázorem napětí (svírají nulový úhel).

Výkon obvodu s rezistorem = činný výkon P [W], který koná práci (rezistor přeměňuje elektrickou energii na energii tepelnou).

 VÝKLAD

UR

IR

R

UR

IR

Ideální rezistor je prvek elektrického obvodu, který se projevuje jen elektrickým odporem R [Ω]. Připojíme-li tento rezistor ke zdroji střídavého napětí sinusového průběhu (u = Umax⋅ sin ωt), začne jím protékat střídavý elektrický proud taktéž sinusového průběhu (i = Imax⋅ sin ωt). Pro okamžité hodnoty napětí a proudu platí Ohmův zákon:

Ohmův zákon dle předchozí rovnice platí i pro maximální hodnoty

a po dosazení za a za , dostaneme Ohmův zákon pro efektivní hodnoty

Dosadíme-li za elektrický odpor jeho převrácenou hodnotu, tedy vodivost [S], dostaneme Ohmův zákon ve tvaru: I = G ⋅ U.

Proud a napětí na ideálním rezistoru jsou ve fázi (jejich okamžité hodnoty nabývají ve stejný okamžik nulové hodnoty i hodnoty maximální).

UR

IR

t

uR

iR

UR

IR

Výkon střídavého proudu v obvodu s ideálním rezistorem je dán součinem napětí a proudu na rezistoru P = UR ⋅IR [W]. Stejně tak i okamžitá hodnota výkonu je dána součinem okamžitých hodnot napětí a proudu p = uR ⋅ iR. Ze znázornění napětí a proudu na rezistoru je zřejmé, že okamžitá hodnota výkonu je vždy kladná (i+ ⋅ u+=p+; i- ⋅ u-=p+).

Grafickým znázorněním průběhu výkonu v obvodu ideálního rezistoru je sinusoida s osou ležící nad osou času (posunutá o efektivní hodnotu výkonu P) a s dvojnásobnou frekvencí. Je to výkon činný a koná práci (vykonaná práce odpovídá ploše pod křivkou výkonu).

P

UR

IR

t

uR

iR

p

P = ½⋅Pmax

P= ½⋅Umax ⋅ Imax

P= UR ⋅ IR

S použitím Ohmova zákona můžeme výkon také vyjádřit:

 SHRNUTÍ POJMů

Ideální rezistor, vodivost, fázový posun proudu a napětí na rezistoru, výkon obvodu s ideálním rezistorem.

 OTÁZKY

Jak definujeme ideální rezistor?

Jak definujeme elektrickou vodivost, jak ji značíme a jaká je její jednotka?

Jaký je fázový posun proudu a napětí na ideálním rezistoru?

Jak vypočteme výkon v obvodu s ideálním rezistorem?

Jaký časový průběh má výkon v obvodu s ideálním rezistorem?

 Praktické úlohy

Jaký proud prochází ideálním rezistorem s elektrickým odporem 270 Ω po připojení ke zdroji střídavého napětí 54 V?

Vypočtěte výkon střídavého proudu v obvodu s ideálním rezistorem, je-li zadáno: napětí 80 V, proud 200 mA.

Jaký výkon musí mít ideální rezistor s elektrickým odporem 1 500 Ω, aby jej nepoškodil procházející proud 280 mA?

Jaké napětí má zdroj, který v ideálním rezistoru s elektrickým odporem 168,5 Ω vytváří výkon 10,1 W?

Jaký výkon musí mít ideální rezistor s elektrickým odporem 3,3 kΩ, aby vydržel připojení ke zdroji napětí 230 V?

* + 1. Ideální cívka v obvodu střídavého proudu

 ČAS KE STUDIU

45 minut

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v obvodu s ideální cívkou.

 Pojmy k zapamatování

Ideální cívka = prvek elektrického obvodu, který se projevuje jen elektrickou indukčností L [H].

Fázový posun proudu a napětí na ideální cívce = fázor proudu se zpožďuje za fázorem napětí o úhel 90°.

Indukční reaktance = zdánlivý odpor cívky XL = 2 ⋅ π ⋅ f ⋅ L [Ω].

Indukční susceptance = zdánlivá vodivost cívky BL, převrácená hodnota indukční reaktance [S].

Výkon obvodu s ideální cívkou = jalový výkon Q [var], který přeměňuje energii zdroje na energii magnetického pole cívky, toto pole posléze zaniká a svoji energii pomocí elektromagnetické indukce mění zpět na energii elektrickou.

 VÝKLAD

UL

IL

L

UL

IL

Ideální cívka se v obvodu projevuje jen svojí indukčností, resp. induktivní reaktancí. Střídavý sinusový proud procházející cívkou v ní vyvolá střídavý sinusový magnetický tok Φ, který je ve fázi s proudem.

Střídavý magnetický tok indukuje v cívce napětí ui, které dle indukčního zákona má maximální hodnotu v okamžiku největší změny magnetického toku, tedy při průchodu magnetického toku nulou. Naopak v maximální hodnotě magnetického toku je jeho změna nulová a proto i indukované napětí je nulové. Průběh indukovaného napětí je tedy také sinusového průběhu a fázově se zpožďuje za magnetickým tokem a tedy i proudem o ¼ periody, tedy 90° .

Směr indukovaného napětí určujeme dle Lencova pravidla (indukované napětí vyvolá proud, který svým magnetickým polem brání změně magnetického pole, které jej vyvolalo), tedy zvětšuje-li se magnetický tok v kladné půlvlně (viz obrázek odkaz 1), brání indukované napětí zvětšování magnetického toku a indukované napětí má zápornou hodnotu (1). Naopak zmenšuje-li se magnetický tok v kladné půlvlně (2), působí indukované napětí stejným směrem a má kladnou hodnotu (2). Obdobné je to i v záporné půlvlně magnetického toku, bude-li narůstat záporná hodnota magnetického toku (3), bude indukované napětí bránit jeho zvětšování a indukované napětí bude mít zápornou hodnotu (3). Naopak při poklesu záporné hodnoty magnetického toku (4), působí indukované napětí stejným směrem a má kladnou hodnotu (4).

Proto, aby cívkou procházel proud, musí napětí zdroje indukované napětí potlačit a musí tedy být s indukovaným napětím v protifázi (180°; π). Z toho vyplývá, že napětí na cívce UL předbíhá proud o  (¼ periody).

1

1

4

2

3

3

UL

IL

Φ

t

Φ

i

ui

u

UL

IL

Ui

Pro okamžité hodnoty proudu a napětí tedy platí:

Má-li cívka N závitů, pak proud procházející touto cívkou vybudí tzv. spřažený magnetický tok Ψ = N⋅Φ. Vlastní indukčnost této cívky se pak dá staticky definovat jako poměr spřaženého magnetického toku a proudu procházejícího cívkou:

Dynamická definice vlastní indukčnosti popisuje velikost indukovaného napětí časovou změnou proudu:

Z tohoto vztahu je definována jednotka indukčnosti henry (H). Cívka má indukčnost jeden henry pokud při rovnoměrné změně proudu o 1 ampér za 1 sekundu se do ní naindukuje napětí 1 volt.

Okamžitá hodnota indukovaného napětí v cívce je pak dána vztahem:

což je indukční zákon, kde znamená změnu magnetickéhotoku za element času. Mění-li se magnetický tok sinusově tedy ΦΦmax ⋅sin ( ⋅ t), pak po dosazení a vyřešení diferenciální rovnice dostaneme vztah pro okamžitou hodnotu indukovaného napětí ui = ω ⋅  ⋅ Φmax ⋅ cos ( ⋅ t). Maximální hodnota indukovaného napětí (cos ( ⋅ t) = 1) je Ui max = ω ⋅  ⋅ Φmax a jelikož N ⋅ Φ = L ⋅ I, dostáváme vztah pro maximální hodnotu indukovaného napětí ve tvaru: Ui max = ω ⋅ L ⋅ Imax. Tato rovnice platí i pro efektivní hodnoty proudu a napětí: U = ω ⋅ L ⋅ I.

Vyjádříme-li z této rovnice proud, dostaneme rovnici dle Ohmova zákona, kde ω⋅L = XL = 2 ⋅ π ⋅ f ⋅ L, je tzv. indukční reaktance měřená v ohmech:

Převrácenou hodnotu indukční reaktance nazýváme indukční susceptance BL a její jednotkou je Siemens (S):

***POZNÁMKA:***

*Ohmův zákon vyjádřený zde ( ) je pouze formální ne fyzikální, neboť indukční reaktance není činný odpor. Tento formální Ohmův zákon platí jen pro maximální a efektivní hodnoty proudu a napětí, neplatí pro hodnoty okamžité!*

Výkon střídavého proudu v obvodu s ideální cívkou je dán součinem napětí a proudu na cívce Q = UL ⋅ IL [var]. Jedná se o tzv. výkon jalový a jeho jednotkou je volt ampér reaktanční (var).

Okamžitá hodnota výkonu v obvodu ideální cívky je dána součinem okamžitých hodnot napětí a proudu q = uL ⋅ iL a jejím grafickým znázorněním průběhu je sinusoida s dvojnásobnou frekvencí. Kladné a záporné části ploch výkonové křivky jsou stejně velké, tedy jejich součet je nulový a nulová je i konaná elektrická práce. Tento výkon je jen výkonem výměnným, tedy dochází pouze k přesunu energie zdroje do energie magnetického pole cívky a zpět.

q

QUL

IL

t

iL

uL

 SHRNUTÍ POJMů

Ideální cívka, fázový posun proudu a napětí na cívce, indukční reaktance, indukční susceptance, výkon obvodu s cívkou.

 OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na ideální cívce?

Jaký je fázový posun proudu a indukovaného napětí na ideální cívce a napětí zdroje a indukovaného napětí?

Co je to vlastní indukčnost cívky, jak se značí a jak ji vypočteme?

Co je to indukční reaktance, jak se značí a jak ji vypočteme?

Co je to indukční susceptance, jak se značí a jak ji vypočteme?

Jak vypočteme výkon v obvodu s ideální cívkou?

Jaký časový průběh má výkon v obvodu s ideální cívkou?

 Praktické úlohy

Vypočtěte indukčnost ideální cívky připojené ke zdroji střídavého napětí 230 V, 50 Hz, prochází-li jí proud 2 A.

Jakou indukčnost musí mít cívka, aby její indukční reaktance byla 10 Ω, při frekvenci 100 Hz, 800 Hz, 1,5 kHz a 7 kHz?

Vypočtěte indukční susceptanci cívky s indukčností 80 mH při frekvenci 50 Hz.

* + 1. Ideální kondenzátor v obvodu střídavého proudu

 ČAS KE STUDIU

45 minut.

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v obvodu s ideálním kondenzátorem.

 Pojmy k zapamatování

Ideální kondenzátor = prvek elektrického obvodu, který se projevuje jen elektrickou kapacitou C [F].

Fázový posun proudu a napětí na ideálním kondenzátoru = fázor proudu se předbíhá před fázorem napětí o úhel 90°.

Kapacitní reaktance = zdánlivý odpor kondenzátoru [Ω].

Kapacitní susceptance = zdánlivá vodivost kondenzátoru BC, převrácená hodnota kapacitní reaktance [S].

Výkon obvodu s ideálním kondenzátorem = jalový výkon Q [var], který přeměňuje energii zdroje na energii elektrostatického pole kondenzátoru, které posléze zaniká a svoji energii mění zpět na energii elektrickou vrácenou do zdroje.

 VÝKLAD

UC

IC

C

UC

IC

Ideální kondenzátor je prvek, který má dokonale nevodivé dielektrikum a projevuje se pouze kapacitou C.

Připojíme-li ideální kondenzátor ke zdroji střídavého sinusového napětí, bude se kondenzátor střídavě nabíjet a vybíjet, tedy okamžitá hodnota náboje se mění dle vztahu q = u ⋅ C.

Při zvyšování napětí uC v kladné půlvlně z nuly na maximální hodnotu se kondenzátor nabíjí a při napětí Umax je kondenzátor nabit. Dále napětí v kladné půlvlně klesá zpět na nulovou hodnotu a kondenzátor se vybíjí. Poté napětí narůstá v záporné půlvlně a kondenzátor se opět nabíjí, ale jelikož proud prochází opačně, kondenzátor se nabije na opačnou polaritu. Při nabíjení a vybíjení kondenzátoru prochází obvodem střídavý proud sinusového průběhu, přičemž jeho maximální hodnota je v okamžiku kdy napětí prochází nulou (v okamžiku, ve kterém se kondenzátor začíná nabíjet). Naopak nulovou hodnotu má proud v okamžiku, kdy je kondenzátor nabit a napětí dosáhne maximální hodnoty.

Během nabíjení kondenzátoru se i na něm zvyšuje napětí (uK) a v okamžiku, kdy je kondenzátor nabit, dosáhne své maximální hodnoty, jen toto napětí je v protifázi proti svorkovému napětí. Jakmile poté začne svorkové napětí klesat, kondenzátor se vybíjí, klesá také napětí na kondenzátoru a při nulovém napětí je kondenzátor zcela vybit. Napětí na kondenzátoru je sinusového průběhu, protože je vyvoláno sinusovým proudem.Napětí zdroje připojeného k ideálnímu kondenzátoru se zpožďuje za proudem o π/2.

UK

IC

Uc

t

U

IC

i

uK

uC

Střídavý proud v obvodu s kondenzátorem je tím větší, čím větší je kapacita, čím vyšší je kmitočet svorkového napětí (tj. čím rychleji se střídá nabíjení s vybíjením kondenzátoru) a čím větší je maximální hodnota (amplituda) svorkového napětí. Maximální hodnota nabíjecího proudu je tedy dána vztahem: Imax = ω⋅Umax⋅C, tato rovnice se dá upravit i pro hodnoty efektivní , tedy  
, kde je kapacitní susceptance, neboli jalová kapacitní vodivost, jednotkou je siemens (S). Převrácená hodnota kapacitní susceptance je kapacitní reaktance

Jednotkou kapacitní reaktance je ohm (Ω).

Pro obvod s ideálním kondenzátorem můžeme napsat Ohmův zákon ve tvaru (stejně jako u cívky neplatí Ohmův zákon pro okamžité hodnoty):

Výkon střídavého proudu v obvodu s ideálním kondenzátorem je dán součinem napětí a proudu na kondenzátoru Q = UC ⋅ IC [var]. Jedná se o tzv. výkon jalový a jeho jednotkou je volt ampér reaktanční (var).

Okamžitá hodnota výkonu v obvodu ideálního kondenzátoru je dána součinem okamžitých hodnot napětí a proudu q = uC ⋅ iC a jejím grafickým znázorněním průběhu je sinusoida s dvojnásobnou frekvencí. Kladné a záporné části ploch výkonové křivky jsou stejně velké, tedy jejich součet je nulový a nulová je i konaná elektrická práce. Tento výkon je jen výkonem výměnným, tedy dochází pouze k přesunu energie zdroje do energie elektrického pole kondenzátoru a zpět.

t

QUC

IC

iC

uC

q

 SHRNUTÍ POJMů

Ideální kondenzátor, fázový posun proudu a napětí na kondenzátoru, kapacitní reaktance, kapacitní susceptance, výkon obvodu s kondenzátorem.

 OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na ideálním kondenzátoru?

Co je to kapacita, jak se značí a jak ji vypočteme?

Co je to kapacitní reaktance, jak se značí a jak ji vypočteme?

Co je to kapacitní susceptance, jak se značí a jak ji vypočteme?

Jak vypočteme výkon v obvodu s ideálním kondenzátorem?

Jaký časový průběh má výkon v obvodu s ideálním kondenzátorem?

 Praktické úlohy

Vypočtěte kapacitu ideálního kondenzátoru připojeného ke zdroji střídavého napětí 230 V, 50 Hz, prochází-li jím proud 4 A.

Jakou kapacitu musí mít, kondenzátor, aby jeho kapacitní reaktance byla 15 kΩ, při frekvenci 300 Hz, 880 Hz, 1,9 kHz a 7,5 kHz?

Vypočtěte kapacitní susceptanci kondenzátoru s kapacitou 5,6 nF při frekvenci 50 Hz.

***POZNÁMKA:***

*Seznámení s ideálními prvky a s poměry proudů a napětí na nich opět naleznete ve výukové prezentaci číslo 1.*

* 1. Sériové řazení prvků

Protéká-li více prvky elektrického obvodu stejný proud, říkáme, že jsou tyto prvky v obvodu řazeny sériově (za sebou). Fázor elektrického proudu je pro sériově řazené prvky tzv. řídícím fázorem. Proud protékající jednotlivými prvky na nich vytváří úbytky napětí, přičemž vektorový součet těchto úbytků je roven napětí připojeného zdroje.

***POZNÁMKA:***

*V této kapitole budeme považovat všechny prvky elektrického obvodu za ideální (jejich parazitní vlastnosti jsou zanedbány).*

* + 1. Sériové řazení R a L

***POZNÁMKA:***

*V této kapitole je popsán základ sériových obvodů platný i pro další kapitoly se sériově řazenými prvky.*

 ČAS KE STUDIU

90 minut teoretická příprava + 25 minut řešený příklad.

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v sériově řazeném obvodu s ideálním rezistorem a ideální cívkou. Naučit se konstruovat fázorové diagramy jak metodou doplňování na rovnoběžník, tak i metodou přesouvání jednoho fázoru na konec jiného fázoru. Naučit se konstruovat impedanční a výkonové trojúhelníky.

 Pojmy k zapamatování

Impedance = zdánlivý odpor obvodu složeného z více prvků, značí se Z a její jednotkou je ohm (Ω).

Fázorový diagram = grafické znázornění (grafický součet) fázorů.

Fázový posun proudu a napětí na sériovém spojení ideálního rezistoru s ideální cívkou = fázor napětí předbíhá fázor proudu o úhel φ.

Impedanční trojúhelník = grafické znázornění ohmických (zdánlivých) odporů prvků sériově složeného obvodu.

Zdánlivý výkon = součin proudu a napětí, značí se S a jeho jednotkou je volt ampér (VA), podle velikosti zdánlivého výkonu se dimenzují elektrická zařízení (rozvody, stroje).

Výkonový trojúhelník = grafické znázornění velikosti výkonů (činného, jalového a zdánlivého).

 VÝKLAD

UR

R

I

UL

L

U



I

UR

UL

U

Sériové řazení ideálního rezistoru s odporem R a ideální cívky s indukčností L je na obrázku (v praxi velice časté spojení, neboť skutečná cívka má vždy i činný odpor RL). Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud vytvoří na rezistoru úbytek napětí UR, který je s proudem ve fázi a na cívce vytvoří úbytek UL, který předbíhá proud o 90°. Vektorový součet těchto úbytků je roven napětí zdroje. Napětí zdroje předbíhá proud o úhel φ.

Grafický součet fázorů nazýváme fázorový diagram. Konstrukce fázorového diagramu vychází vždy z řídícího fázoru (u sériového řazení je to fázor proudu):

* ve vhodném měřítku narýsujeme fázor proudu

I

* ve fázi s tímto proudem v napěťovém měřítku narýsujeme úbytek napětí na rezistoru UR

UR

I

* o 90° před fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce UL (opět v napěťovém měřítku)

I

UR

UL

* vektorovým součtem úbytků napětí na rezistoru a na cívce (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor napětí U

I

U

UR

UL

* nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím



UR

UL

U

I

***POZNÁMKA:***

*Postup konstrukce fázorového diagramu naleznete ve výukové prezentaci číslo 2.*

Při konstrukci fázorového diagramu můžeme pro sčítání použít i přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého (v elektrotechnice se používá tento způsob velice často především pro složitější fázorové diagramy, protože je přehlednější).

Jak už bylo řečeno, konstrukce fázorového diagramu vychází z řídícího fázoru (u sériového řazení je to fázor proudu):

* ve vhodném měřítku narýsujeme fázor proudu

I

* ve fázi s tímto proudem v napěťovém měřítku narýsujeme úbytek napětí na rezistoru UR

I

UR

* na konec fázoru úbytku napětí na rezistoru UR, narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce UL (opět v napěťovém měřítku), který předbíhá fázor proudu o 90°

I

UR

UL

* mezi počátek fázoru UR (obecně počátek prvního fázoru) a konec fázoru UL (obecně konec posledního fázoru) narýsujeme fázor napětí U

I

UR

U

UL

* nakonec opět označíme úhel φ mezi proudem a napětím (napětí předbíhá proud o úhel φ)

I



UR

U

UL

***POZNÁMKA:***

*Postup konstrukce tímto způsobem také naleznete ve výukové prezentaci číslo 2.*

Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník napětí UR, UL a U je pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

Průběh okamžitých hodnot prou9du a jednotlivých napětí je na následujícím obrázku. Napětí předbíhá proud o úhel φ. Okamžitá hodnota napětí je dána součtem okamžitých hodnot napětí na rezistoru a na cívce u = uR + uL.

uR

i

uL

u

φ

U

I

t

φ

Vydělíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme parametry tzv. impedančního trojúhelníku:

kde Z je tzv. impedance obvodu, tedy zdánlivý odpor sériově řazených prvků. Jednotkou impedance je ohm (Ω).

Nakreslíme-li ve vhodném měřítku impedanční trojúhelník, zjistíme, že se jedná o trojúhelník podobný (všechny úhly jsou stejné) k trojúhelníku zázorového diagramu. Opět tedy platí rovnice:



R

XL

Z

Konstrukce impedančního trojúhelníku:

* nejdříve narýsujeme ve vhodném měřítku úsečku odporu R

R

* dále narýsujeme úsečku indukční reaktance XL otočenou o 90° (ve směru napětí UL)

R

XL

* poté spojíme počátek úsečky odporu a konec úsečky indukční reaktance a tím narýsujeme úsečku impedance Z

R

XL

Z

* nakonec znázorníme úhel φ mezi odporem a impedancí:



R

XL

Z

Vynásobíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme parametry tzv. výkonového trojúhelníku:  
UR ⋅ I = P; UL ⋅ I = Q; U ⋅ I = S,

kde P je činný výkon (jednotkou je Watt - W), Q jalový výkon (volt ampér reaktanční - var) a S výkon zdánlivý (volt ampér - VA).

Činný výkon P koná práci (v rezistoru přeměňuje elektrickou energii na tepelnou), jalový výkon Q přeměňuje energii zdroje v energii magnetické pole cívky a zdánlivý výkon S je součin napětí a proudu ze zdroje, přičemž na hodnotu zdánlivého výkonu se dimenzují elektrická zařízení (elektrické sítě, generátory, transformátory, atd.).

Dosadíme-li za UR a UL z goniometrických funkcí fázorového diagramu UR = U ⋅ cos φ a UL = U ⋅ sin φ, dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru:

P = U ⋅ I ⋅ cos φ; Q = U ⋅ I ⋅ sin φ.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí Pythagorova věta a goniometrické funkce   
ve tvaru:



P

Q

S

Výkonový trojúhelník je opět trojúhelník podobný s trojúhelníkem   
fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem impedančním).

Pro doplnění uvádíme i konstrukci výkonového trojúhelníku:

* nejprve narýsujeme úsečku činného výkonu P (ve vhodném měřítku)

P

Q

P

* dále narýsujeme úsečku jalového výkonu Q pootočenou o 90° (ve   
  směru napětí UL)

S

Q

P

* poté spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec   
  úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku   
  výkonu zdánlivého S
* nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem



S

Q

P

Průběh okamžité hodnoty zdánlivého výkonu je dán součinem okamžitých hodnot napětí a proudu. Šrafované oblasti jsou plošně stejné a představují výměnný jalový výkon, ostatní plocha představuje činný výkon.

i

u

φ

S

U

I

t

s

Q

P

 SHRNUTÍ POJMů

Fázový posun proudu a napětí na sériově spojených rezistoru a cívce, fázorový diagram, impedance, impedanční trojúhelník, činný výkon, jalový výkon, zdánlivý výkon, výkonový trojúhelník.

 OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na sériovém spojení rezistoru a cívky?

Co je to impedance jak ji značíme a jak ji vypočteme?

Co je to fázorový diagram?

Co je to impedanční trojúhelník?

Co je to zdánlivý výkon, jak jej značíme a jak jej vypočteme?

Co je to výkonový trojúhelník a z čeho se skládá?

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 1 kΩ a cívky s indukčností L = 15 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 1 V, 15 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a výkon odebíraný ze zdroje a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

UR

R

I

UL

L

U

|  |  |
| --- | --- |
| R = 1 kΩ = 1 000 Ω | Z = ? |
| L = 15 mH = 0,015 H | I = ? |
| U = 1 V | P, Q, S = ? |
| f = 15 kHz = 15 000 Hz | φ = ? |

*Předpokládaný tvar fázorového diagramu, impedančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:*



I

UR

UL

U



R

XL

Z



P

Q

S



P

Q

S



P

Q

S



P

Q

S

*Vlastní výpočet:*

Nejprve vypočteme indukční reaktanci:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Pokračujeme výpočtem impedance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dále vypočteme proud odebíraný ze zdroje:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Pro narýsování fázorového diagramu si musíme vypočíst úbytky napětí na jednotlivých prvcích:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím (použijeme vztah pro některou goniometrickou funkci např. cos):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

***POZNÁMKA:***

*Funkce „arccos“ vrací velikost úhlu z hodnoty jeho kosinu - na kalkulačkách bývá označena často jako inverze ke kosinu tedy cos-1. Obdobně to platí i pro funkce „arcsin“ (sin-1) - vrací velikost úhlu z hodnoty jeho sinu a „arctan“ (tan-1) - vrací velikost úhlu z hodnoty tangenty úhlu.*

Nyní můžeme přistoupit k vlastní konstrukci fázorového diagramu:

* zvolíme měřítko proudu , přepočteme proudovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu:

I

* zvolíme měřítko napětí , přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru UR:

I

UR

* přepočteme napěťovou hodnotu úbytku napětí na cívce UL na hodnotu délkovou a o 90° před fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce UL:

UL

I

UR

* vektorovým součtem úbytků napětí na rezistoru a na cívce (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor napětí U:

UL

I

UR

U

* Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím:



UL

I

UR

U

Jelikož máme vypočteny hodnoty stran impedančního trojúhelníku, můžeme jej zkonstruovat:

* zvolíme ohmické měřítko , přepočteme hodnotu odporu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku odporu R:

R

* přepočteme hodnotu indukční reaktance na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku indukční reaktance otočenou o 90°:

R

XL

* spojíme počátek úsečky odporu a konec úsečky indukční reaktance, čímž narýsujeme úsečku impedance Z:

R

XL

Z

* nakonec znázorníme úhel φ mezi odporem a impedancí:



R

XL

Z

Vypočteme hodnoty výkonů:

* činný výkon P:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

* jalový výkon Q:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

* zdánlivý výkon S:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nakonec zkonstruujeme výkonový trojúhelník:

* zvolíme výkonové měřítko
* přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku činného výkonu P:

P

* přepočteme hodnotu jalového výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku jalového výkonu Q:

Q

P

* spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku zdánlivého výkonu S:

S

Q

P

* nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem:



S

Q

P

***POZNÁMKA:***

*Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 1.*



**Zadání:**

Jaké maximální napětí při síťovém kmitočtu (50 Hz) může být připojeno k elektrickému zařízení se sériovým R, L náhradním obvodem, prochází-li proud přes 2A pojistku a nemá-li činný výkon přesáhnout 30 W při účiníku cos φ = 0,8. Vypočtěte parametry a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

UR

R

I

UL

L

U

|  |  |
| --- | --- |
| I = 2 A | U = ? |
| P = 30 W | UR, UL = ? |
| cos φ = 0,8 | R, XL, L, Z = ? |
| f = 50 Hz | Q, S = ? |

*Předpokládaný tvar fázorového diagramu, impedančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:*



I

UR

UL

U



R

XL

Z



P

Q

S



P

Q

S



P

Q

S



P

Q

S

*Vlastní výpočet:*

Nejprve vypočteme napětí:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Pro narýsování fázorového diagramu si musíme vypočíst úbytky napětí na jednotlivých prvcích:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Vypočteme parametry náhradního R, L obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Pokračujeme výpočtem impedance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nakonec vypočteme hodnoty výkonů:

* jalový výkon Q:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

* zdánlivý výkon S:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nyní můžeme přistoupit k vlastní konstrukci fázorového diagramu:

* zvolíme měřítko proudu , přepočteme proudovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu:

I

* zvolíme měřítko napětí , přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru UR:

UL

I

UR

I

UR

* přepočteme napěťovou hodnotu úbytku napětí na cívce UL na   
  hodnotu délkovou a o 90° před fázor proudu nakonec fázoru UR   
  narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce UL:
* Spojením počátku fázoru UR s koncem fázoru UL dostáváme fázor napětí U:

UL

I

UR



U

* Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím

Jelikož máme vypočteny hodnoty stran impedančního trojúhelníku, můžeme jej zkonstruovat:

* zvolíme ohmické měřítko , přepočteme hodnotu odporu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku odporu R:

R

* přepočteme hodnotu indukční reaktance na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku indukční reaktance otočenou o 90°:

R

XL

* spojíme počátek úsečky odporu a konec úsečky indukční reaktance, čímž narýsujeme úsečku impedance Z:



R

Z

XL

* nakonec znázorníme úhel φ mezi odporem  
   a impedancí:

Naposled zkonstruujeme výkonový trojúhelník:

* zvolíme výkonové měřítko
* přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku činného výkonu P:

Q

P

P

* přepočteme hodnotu jalového výkonu na hodnotu délkovou   
  a narýsujeme úsečku jalového výkonu Q:
* spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku zdánlivého výkonu S:

S

Q

P



* nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým   
  výkonem:

 Praktické úlohy

*Úloha 1. 5. 1. 1.*

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 10 kΩ a cívky s indukčností L = 10 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 12 V, 10 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a výkon odebíraný ze zdroje a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

*Úloha 1. 5. 1. 2.*

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 100 Ω a cívky s indukčností L = 25 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 5 V, 500 Hz. Vypočtěte též elektrický proud a výkon odebíraný ze zdroje a fázový posun mezi proudem a napětím.

*Úloha 1. 5. 1. 3.*

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 2,7 kΩ a cívky s indukčností L = 15 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 9 V, 20 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a výkon odebíraný ze zdroje a fázový posun mezi proudem a napětím.

* + 1. Sériové řazení R a C

 ČAS KE STUDIU

60 minut + 30 minut řešený příklad.

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v sériově řazeném obvodu s ideálním rezistorem a ideálním kondenzátorem.

 Pojmy k zapamatování

Fázový posun proudu a napětí na sériovém spojení ideálního rezistoru s ideálním kondenzátorem = fázor proudu předbíhá fázor napětí o úhel φ.

 VÝKLAD

UR

R

I

UC

U

C



UR

UC

U

I

Sériové řazení ideálního rezistoru s odporem R a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku. Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud vytvoří na rezistoru úbytek napětí UR, který je s proudem ve fázi a na kondenzátoru vytvoří úbytek UC, který se zpožďuje za proudem o 90°. Vektorový součet těchto úbytků je roven napětí zdroje. Napětí zdroje se zpožďuje za proudem o úhel φ.

Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u sériového řazení je to fázor proudu):

* ve vhodném měřítku narýsujeme fázor proudu

I

* ve fázi s tímto proudem v napěťovém měřítku narýsujeme úbytek napětí na rezistoru UR

UR

I

* o 90° za fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru UC (opět v napěťovém měřítku)

UR

UC

I

* vektorovým součtem úbytků na rezistoru a na kondenzátoru (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor napětí U

I

UC

UR

U

* označíme úhel φ mezi proudem a napětím



UC

UR

U

I

***POZNÁMKA:***

*Postup konstrukce fázorového diagramu naleznete ve výukové prezentaci číslo 3.*

Obdobně bychom mohli postupovat pomocí přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého:

UC



UR

U

I

Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník napětí UR, UC a U je opět pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

Průběh okamžitých hodnot proudu a jednotlivých napětí je na obrázku. Napětí se zpožďuje za proudem o úhel φ. Okamžitá hodnota napětí je dána součtem okamžitých hodnot napětí na rezistoru a na kondenzátoru u = uR + uC.

i

uR

uC

u

φ

U

I

t

φ

Vydělíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme opět parametry impedančního trojúhelníku:

Po narýsování impedančního trojúhelníku (ve vhodném měřítku), zjistíme, že se jedná opět  trojúhelník pravoúhlý a pak platí rovnice:



R

Z

XC

Vynásobíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme parametry výkonového trojúhelníku:  
UR ⋅ I = P; UC ⋅ I = Q; U ⋅ I = S

Dosadíme-li opět za UR a UC z goniometrických funkcí fázorového diagramu   
UR = U ⋅ cos φ a UC = U ⋅ sin φ, dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru: P = U ⋅ I ⋅ cos φ; Q = U ⋅ I ⋅ sin φ.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí goniometrické funkce a Pythagorova věta ve tvaru:



P

Q

S

Výkonový trojúhelník je jak již víme trojúhelník   
podobný s trojúhelníkem fázorového diagramu   
(a tedy i trojúhelníkem impedančním).

 OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na sériově řazených rezistoru a kondenzátoru?

Který fázor je v sériovém obvodu řídící?

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 1,2 kΩ a kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 1 V, 1 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte úbytky napětí na rezistoru a na kondenzátoru a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry impedančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

|  |  |
| --- | --- |
| R = 1,2 kΩ = 1 200 Ω | Z = ? I = ? |
| C = 100 nF = 100⋅10-9 F | φ = ? XC = ? |
| U = 1 V | UR, UC = ? |
| f = 1 kHz = 1 000 Hz | P, Q, S = ? |

UR

R

I

UC

U

C

*Předpokládaný tvar fázorového diagramu, impedančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:*



P

Q

S



P

Q

S



P

Q

S



P

Q

S

*Vlastní výpočet:*



R

Z

XC



UR

UC

U

I

Nejprve vypočteme kapacitní reaktanci:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Pokračujeme výpočtem impedance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dále z hodnoty impedance Z a ze zadaného svorkového napětí U vypočteme celkový proud I [A] odebíraný ze zdroje (užití Ohmova zákona):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím (použijeme vztah pro některou goniometrickou funkci pro impedanční trojúhelník např. cos):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Vypočteme úbytky napětí na jednotlivých prvcích (úbytek napětí na rezistoru UR a na kondenzátoru UC):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nyní přistoupíme ke konstrukci fázorového diagramu:

* zvolíme měřítko proudu , přepočteme proudovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu:

I

* zvolíme měřítko napětí , přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru UR:

I

UR

* přepočteme napěťovou hodnotu úbytku napětí na kondenzátoru UC na hodnotu délkovou a o 90° za fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru UC:

UC

I

UR

* vektorovým součtem úbytků napětí na rezistoru a na kondenzátoru dostáváme fázor napětí U:

UC

I

UR

U

* Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím   
  (φ = 52°59ʹ)

UC

I

UR

U



Jelikož máme vypočteny hodnoty stran impedančního trojúhelníku, můžeme jej zkonstruovat:

* zvolíme ohmické měřítko , přepočteme hodnotu odporu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku odporu R:

R

* přepočteme hodnotu kapacitní reaktance na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku kapacitní reaktance otočenou o 90°:

R

XC

* spojíme počátek úsečky odporu a konec úsečky indukční reaktance, čímž narýsujeme úsečku impedance Z:

R

XC

Z

* nakonec znázorníme úhel φ mezi odporem a impedancí:  
  (φ = 52°59ʹ)

R

XC

Z



Vypočteme hodnoty výkonů:

* činný výkon P:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

* jalový výkon Q:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

* zdánlivý výkon S:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nakonec zkonstruujeme výkonový trojúhelník:

* zvolíme výkonové měřítko
* přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku činného výkonu P:

P

* přepočteme hodnotu jalového výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku jalového výkonu Q:

Q

P

* spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku zdánlivého výkonu S:

Q

P

S

* nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem:  
  (φ = 52°59ʹ)



Q

P

S

***POZNÁMKA:***

*Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 2.*

 Praktické úlohy

*Úloha 1. 5. 2. 1.*

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 1 kΩ a kondenzátoru s kapacitou C = 470 nF, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 5 V, 5 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte úbytky napětí na rezistoru a na kondenzátoru a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry impedančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

*Úloha 1. 5. 2. 2.*

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 10 kΩ a kondenzátoru s kapacitou C = 330 nF, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 12 V, 6,2 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte úbytky napětí na rezistoru a na kondenzátoru a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry impedančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

* + 1. Sériové řazení L a C

 ČAS KE STUDIU

25 minut.

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v sériově řazeném obvodu s ideální cívkou a ideálním kondenzátorem.

 VÝKLAD



UL

UC

I

U

UC

Příklad fázorového diagramu je-li UL > UC

I

UC

UL

UL

U



Příklad fázorového diagramu je-li UC > UL

I

UL

U

UC

C

L

Sériové řazení ideální cívky s indukčností L a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku.

***POZNÁMKA:***

*Ve skutečných obvodech je tato kombinace nemožná, protože nemůžeme zanedbat parazitní parametry prvků – především ohmický odpor vinutí cívky RL.*

Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud vytvoří na cívce úbytek napětí UL, který předbíhá proud o 90° a na kondenzátoru vytvoří úbytek UC, který se zpožďuje za proudem o 90°. Vektorový součet těchto úbytků je roven napětí zdroje. Napětí zdroje buď předbíhá proud, nebo se za proudem zpožďuje o úhel φ = 90° a to podle velikosti úbytků napětí na cívce a na kondenzátoru. Je-li velikost úbytku napětí na cívce větší než na kondenzátoru (UL > UC), bude napětí zdroje proud předbíhat a naopak bude-li větší úbytek napětí na kondenzátoru než na cívce (UC > UL), bude se napětí za proudem zpožďovat.

***POZNÁMKA:***

I

UC

UL

*Budou-li velikosti úbytků napětí na cívce a na kondenzátoru stejné,   
říkáme, že je obvod v rezonanci – rezonance není součástí tohoto textu.*

Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru, tedy proudu:

* proud narýsujeme ve vhodném měřítku

I

* o 90° před fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce UL (ve vhodném napěťovém měřítku)

I

UL

* o 90° za fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru UC (například pro UL > UC)

I

UL

UC

* vektorovým součtem úbytků na cívce a na kondenzátoru (odečtením úbytku na kondenzátoru od úbytku na cívce) dostáváme fázor napětí U

I

UL

UC

UC

U

* označíme úhel φ = 90° mezi proudem a napětím



I

UL

UC

UC

U

Z fázorového diagramu je patrné, že napětí na cívce a na kondenzátoru jsou v protifázi a napětí je dáno jejich rozdílem U = UL – UC.

Průběh okamžitých hodnot proudu a jednotlivých napětí je na obrázku (pro UL > UC napětí předbíhá proud o úhel φ = 90°). Okamžitá hodnota napětí je dána součtem (rozdílem) okamžitých hodnot napětí na cívce a na kondenzátoru.

i

uC

uL

φ = 90°

U

I

t

u

Vydělíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme indukční a kapacitní reaktanci:

Vynásobíme-li rozdíl fázorů napětí na cívce a na kondenzátoru řídícím fázorem proudu, dostaneme jalový výkon, který se „přelévá“ mezi zdrojem, magnetickým polem cívky a elektrickým polem kondenzátoru:  
(UL – UC) ⋅ I = Q.

 SHRNUTÍ POJMů

Fázový posun proudu a napětí na sériovém L, C obvodu, fázorový diagram.

 OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na sériovém L, C obvodu?

* + 1. Sériové řazení R a L a C

 ČAS KE STUDIU

60 minut + 45 minut řešený příklad.

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v sériově řazeném obvodu s ideálním rezistorem, ideální cívkou a ideálním kondenzátorem.

 VÝKLAD



UC

I

UR

UL

UC

U

Příklad fázorového diagramu je-li UL > UC

UR

I

UL

L

U

UC

C

R

Sériové řazení ideálního rezistoru s odporem R, ideální cívky s indukčností L a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku. Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud vytvoří na rezistoru úbytek napětí UR, který je s proudem ve fázi, na cívce vytvoří úbytek UL, který předbíhá proud o 90° a na kondenzátoru vytvoří úbytek UC, který se zpožďuje za proudem o 90°. Vektorový součet těchto úbytků je roven napětí zdroje. Napětí zdroje buď předbíhá proud, nebo se za proudem zpožďuje o úhel φ a to podle velikosti úbytků napětí na cívce a  na kondenzátoru. Je-li velikost úbytku napětí na cívce větší než na kondenzátoru (UL > UC), bude napětí zdroje proud předbíhat a naopak bude-li větší úbytek napětí na kondenzátoru než na cívce (UC > UL), bude se napětí za proudem zpožďovat.

UC



I

UR

U

UC

UL

Příklad fázorového diagramu je-li UC > UL

I

UR = U

UC

UL

***POZNÁMKA:***

*Budou-li velikosti úbytků napětí na cívce a na kondenzátoru   
stejné, říkáme, že je obvod v rezonanci a napětí zdroje je   
ve fázi s proudem a je rovno úbytku napětí na rezistoru  
 – rezonance není součástí tohoto textu.*

Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u sériového řazení je to fázor proudu):

* ve vhodném měřítku narýsujeme fázor proudu

I

* ve fázi s tímto proudem v napěťovém měřítku narýsujeme úbytek napětí na rezistoru UR

UR

I

* o 90° před fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce UL (opět v napěťovém měřítku)

I

UR

UL

* o 90° za fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru UC (například pro UL > UC)

I

UR

UL

UC

* vektorovým součtem úbytků na rezistoru, na cívce a na kondenzátoru (odečtením úbytku na kondenzátoru od úbytku na cívce a doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor napětí U

UC

I

UR

UL

UC

U

* označíme úhel φ mezi proudem a napětím



UC

I

UR

UL

UC

U

***POZNÁMKA:***

*Postup konstrukce fázorového diagramu naleznete ve výukové prezentaci číslo 4.*

Obdobně bychom opět mohli postupovat pomocí přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého:



I

UR

U

UC

Příklad fázorového diagramu je-li UC > UL

UL



I

UR

UL

U

UC

Příklad fázorového diagramu je-li UL > UC

UL - UC

UC – UL

Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník napětí UR, (UL – UC) a U je pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

Průběh okamžitých hodnot proudu a jednotlivých napětí je na obrázku (varianta pro UL > UC). Napětí předbíhá proud o úhel φ. Okamžitá hodnota napětí je dána součtem okamžitých hodnot napětí na rezistoru, na cívce a na kondenzátoru   
u = uR + uL + uC.

u

uR

i

uC

uL

φ

U

I

t

φ

Vydělíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme opět parametry impedančního trojúhelníku:

Po nakreslení impedančního trojúhelníku (ve vhodném měřítku), znovu vidíme, že se jedná o pravoúhlý trojúhelník podobný trojúhelníku napětí. Musí tedy opět platit rovnice:



XL

XC-XL

R

Z

XC

Impedanční trojúhelník je-li UC > UL



XL

XL-XC

R

Impedanční trojúhelník je-li UL > UC

Z

XC

Vynásobíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme parametry výkonového trojúhelníku:  
UR ⋅ I = P; (UL – UC) ⋅ I = Q; U ⋅ I = S.

Dosadíme-li za UR a (UL – UC) z goniometrických funkcí fázorového diagramu   
UR = U⋅cos φ a (UL – UC) = U ⋅ sin φ, opět dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru: P = U ⋅ I ⋅ cos φ; Q = U ⋅ I ⋅ sin φ.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí Pythagorova věta a goniometrické funkce ve tvaru:

Výkonový trojúhelník je jak již víme trojúhelník podobný s trojúhelníkem fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem impedančním).

P

Q

S

Příklad výkonového trojúhelníku je-li UL > UC



P

Q

S

Příklad výkonového trojúhelníku je-li UC > UL



 SHRNUTÍ POJMů

Fázový posun proudu a napětí na sériovém R, L, C obvodu, fázorový diagram, impedanční trojúhelník, výkonový trojúhelník.

 OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na sériovém R, L, C obvodu?

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 1 V, 10 kHz do sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 100 Ω,  cívky s indukčností L = 10 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry impedančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

UR

I

UL

L = 10 mH

U

UC

C = 100 nF

R = 100 Ω

|  |  |
| --- | --- |
| R = 100 Ω | Z = ? |
| L = 10 mH = 0,01 H | I = ? |
| C = 100 nF = 100⋅10-9 | XC, XL = ? |
| U = 1 V | P, Q, S = ? |
| f = 10 kHz = 10 000 Hz | φ = ? |

*Předpokládaný tvar fázorového diagramu, impedančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:*



XL

R

Z

XC



I

UR

UL

U

UC

*Bude-li UL > UC:*

P

Q

S





P

Q

S



P

Q

S



P

Q

S

*Bude-li UL < UC:*



I

UR

U

UC

UL



XL

XC-XL

R

Z

XC



P

Q

S

*Vlastní výpočet:*

Nejprve vypočteme indukční reaktanci [Ω] a kapacitní reaktanci [Ω].

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nyní můžeme vypočíst impedanci Z [Ω].

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dále pomocí goniometrických funkcí vypočteme úhel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Abychom vypočetli úbytky napětí na rezistoru, cívce a kondenzátoru musíme znát proud protékající obvodem, ten vypočteme pomocí Ohmova zákona.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nyní vypočteme úbytky napětí na rezistoru, cívce a kondenzátoru.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Abychom narýsovali výkonový trojúhelník, musíme vypočítat činný výkon (P [W]), jalový výkon (Q [var]) a zdánlivý výkon (S [VA]).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nyní můžeme přistoupit k vlastní konstrukci fázorového diagramu:

* zvolíme měřítko proudu , přepočteme proudovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu:

I

* zvolíme měřítko napětí , přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru UR:

I

UR

* přepočteme napěťovou hodnotu úbytku napětí na cívce UL na hodnotu délkovou a na konec fázoru úbytku napětí na rezistoru (ve směru posunutí o 90° před fázor proudu) narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce UL:
* přepočteme napěťovou hodnotu úbytku napětí na kondenzátoru UC na hodnotu délkovou a na konec fázoru úbytku napětí na cívce (ve směru posunutí o 90° za fázor proudu) narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru UC:

I

UR

UL

UC



I

UR

UL

UC

U

* fázor napětí U narýsujeme jako spojnici začátku fázoru úbytku napětí na rezistoru a konec fázoru úbytku na kondenzátoru:
* Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím

Zkonstruujeme impedanční trojúhelník:

* zvolíme ohmické měřítko , přepočteme hodnotu odporu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku odporu R:

R

R

XL

XC

* přepočteme hodnotu indukční reaktance na hodnotu   
  délkovou a narýsujeme úsečku indukční reaktance   
  otočenou o 90° (ve směru napětí UL):
* přepočteme hodnotu kapacitní reaktance na hodnotu   
  délkovou a narýsujeme její úsečku na konec indukční   
  reaktance otočenou o 180° proti ní:



R

XL

XC

Z

* spojíme počátek úsečky odporu a konec úsečky kapacitní   
  reaktance, čímž narýsujeme úsečku impedance Z:
* na závěr znázorníme úhel φ mezi odporem a impedancí:  
  (φ =

Nakonec zkonstruujeme výkonový trojúhelník:

* zvolíme výkonové měřítko
* přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku činného výkonu P:

P

* přepočteme hodnotu jalového výkonu na hodnotu délkovou   
  a narýsujeme úsečku jalového výkonu Q:

Q

P



Q

P

S

* spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky   
  jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku zdánlivého   
  výkonu S:
* nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým   
  výkonem:  
  (φ = )

***POZNÁMKA:***

*Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 3.*

 Praktické úlohy

*Úloha 1. 5. 4. 1.*

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 200 mV, 9 kHz do sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 10 Ω,  cívky s indukčností L = 100 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 10 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

*Úloha 1. 5. 4. 2.*

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 100 mV, 5 kHz do sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 47 Ω,  cívky s indukčností L = 470 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 4,7 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

*Úloha 1. 5. 4. 3.*

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 2 V, 50 Hz do sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 470 Ω,  cívky s indukčností L = 470 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 4,7 μF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

* 1. Paralelní řazení prvků

Je-li na prvcích elektrického obvodu stejné napětí, říkáme, že prvky tohoto obvodu jsou řazeny paralelně (vedle sebe). Řídícím fázorem pro paralelně řazené prvky je fázor elektrického napětí. Proud tekoucí z napěťového zdroje se rozdělí do jednotlivých paralelně řazených prvků v poměru jejich vodivostí, přičemž vektorový součet těchto proudů je roven proudu tekoucího z připojeného zdroje.

***POZNÁMKA:***

*I v této kapitole budeme považovat všechny prvky elektrického obvodu za ideální (jejich parazitní vlastnosti jsou zanedbány).*

* + 1. Paralelní řazení R a L

***POZNÁMKA:***

*V této kapitole je popsán základ paralelních obvodů platný i pro další kapitoly s paralelně řazenými prvky.*

 ČAS KE STUDIU

90 minut teoretická příprava + 25 minut řešený příklad.

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v paralelně řazeném obvodu s ideálním rezistorem a ideální cívkou.

 Pojmy k zapamatování

Admitance = zdánlivá vodivost obvodu složeného z více prvků (paralelně řazených), značí se Y a její jednotkou je Siemens (S).

Admitanční trojúhelník = grafické znázornění (zdánlivých) vodivostí prvků obvodu složeného paralelně.

Činný proud = složka proudu (vzniklá jeho rozkladem), která je ve fázi s napětím, značí se Ič [A].

Jalový proud = složka proudu (vzniklá jeho rozkladem), která je kolmá na fázor napětí, značí se Ij [A].

 VÝKLAD

I

U

L

IL

IR

R

U

IL



IR

I

Paralelní řazení ideálního rezistoru s odporem R a ideální cívky s indukčností L je na obrázku. Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud se rozdělí na proud tekoucí rezistorem IR, který je ve fázi s napětím a na proud tekoucí cívkou IL, který se zpožďuje za napětím o 90°. Vektorový součet těchto proudů je roven proudu ze zdroje. Proud ze zdroje se zpožďuje za napětím o úhel φ (napětí zdroje předbíhá proud o úhel φ).

Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u paralelního řazení je to fázor napětí):

U

* ve vhodném měřítku narýsujeme fázor napětí U
* ve fázi s tímto napětím narýsujeme (v proudovém měřítku) proud tekoucí rezistorem IR

U

IR

* o 90° za fázor napětí narýsujeme fázor proudu tekoucího cívkou   
  IL (opět v proudovém měřítku)

U

IL

IR

* vektorovým součtem proudů tekoucích rezistorem a cívkou (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor proudu I tekoucího ze zdroje

U

IL

IR

I

* nakonec označíme úhel φ mezi napětím a proudem

U

IL



IR

I

Obdobně bychom opět mohli postupovat pomocí přesouvání   
jednoho fázoru na konec fázoru druhého.

U

IL



IR

I

***POZNÁMKA:***

*Postup konstrukce fázorového diagramu také naleznete ve výukové prezentaci číslo 5.*

Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník proudů IR, IL a I je pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

Průběh okamžitých hodnot napětí a jednotlivých proudů je na následujícím obrázku. Proud se zpožďuje za napětím o úhel φ. Okamžitá hodnota proudu je dána součtem okamžitých hodnot proudů tekoucích rezistorem a cívkou i = iR + iL.

u

iR

iL

i

φ

U

I

t

φ

Vydělíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme parametry tzv. admitančního trojúhelníku:

kde Y je tzv. admitance obvodu, tedy zdánlivá vodivost paralelně řazených prvků. Jednotkou admitance je Siemens (S).

Nakreslíme-li ve vhodném měřítku admitanční trojúhelník, zjistíme, že se jedná o trojúhelník podobný trojúhelníku proudů (ve fázorovém diagramu). Opět tedy platí rovnice:



G

BL

Y

Konstrukce admitančního trojúhelníku:

G

* nejdříve narýsujeme ve vhodném měřítku úsečku vodivosti G
* dále narýsujeme úsečku indukční susceptance BL otočenou o 90° (ve směru proudu IL)

G

BL

* poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky indukční susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y

G

BL

Y

* nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí



G

BL

Y

Vynásobíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme parametry výkonového trojúhelníku:  
IR ⋅ U = P; IL ⋅ U = Q; I ⋅ U = S,

kde P je činný výkon (jednotkou je Watt - W), Q jalový výkon (volt ampér reaktanční - var) a S výkon zdánlivý (volt ampér - VA).

Dosadíme-li za IR a IL z goniometrických funkcí fázorového diagramu IR = I ⋅ cos φ   
a IL = I ⋅ sin φ, dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru:

P = U ⋅ I ⋅ cos φ; Q = U ⋅ I ⋅ sin φ.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí Pythagorova věta a goniometrické funkce ve tvaru:



P

Q

S

Výkonový trojúhelník je opět trojúhelník podobný   
s trojúhelníkem fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem   
admitančním).

Pro doplnění a opakování opět uvádíme i konstrukci výkonového trojúhelníku:

* nejprve narýsujeme úsečku činného výkonu P (ve vhodném měřítku)

P

* dále narýsujeme úsečku jalového výkonu Q pootočenou o 90° (ve směru proudu IL)

Q

P

* poté spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého S

S

Q

P

* nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem



S

Q

P

Na paralelním obvodu také můžeme snadno předvést rozklad proudu na činnou a jalovou složku. Činný proud Ič je definován jako část proudu, která je ve fázi s napětím. Jalový proud Ij je definován jako složka proudu kolmá na napětí (před nebo za). Rozložením proudu na tyto složky a porovnáním s fázorovým diagramem je zřejmé, že činný proud je roven proudu tekoucímu rezistorem IR a jalový proud je roven proudu tekoucímu cívkou IL.

U

IL



IR

I

U

Ij



Ič

I

Na základě definice činné a jalové složky proudu a dosazením za IR a IL do vztahů pro výkony (IR = Ič; IL = Ij) dostaneme vztahy ve tvaru:

P = Ič ⋅ U; Q = Ij ⋅ U.

Porovnáním se vztahy: P = U ⋅ I ⋅ cos φ; Q = U ⋅ I ⋅ sin φ, odvodíme také vztahy pro výpočet činné a jalové složky Ič = I ⋅ cos φ; Ij = I ⋅ sin φ (tyto vztahy jsou zřejmé i z proudového trojúhelníku vzniklého rozkladem proudu).

Průběh okamžité hodnoty zdánlivého výkonu je dán součinem okamžitých hodnot napětí a proudu. Šrafované oblasti jsou plošně stejné a představují výměnný jalový výkon, ostatní plocha představuje činný výkon.

s

Q

P

u

i

U

I

S

t

 SHRNUTÍ POJMů

Fázový posun proudu a napětí na paralelně řazeném rezistoru a cívce, fázorový diagram, admitance, admitanční trojúhelník, činný proud, jalový proud.

 OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na paralelním řazení rezistoru a cívky?

Co je to admitance jak ji značíme a jak ji vypočteme?

Co je to admitanční trojúhelník?

Na jaké složky se rozkládá proud, jak jsou definovány a jak je značíme?

U

IL



IR

I

U

IL



IR

I

U

IL



IR

I

U

IL



IR

I

U

IL



IR

I

U

IL



IR

I

U

IL



IR

I

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Vypočtěte admitanci paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 470 Ω a cívky s indukčností L = 100 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 1 V, 1 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte proudy tekoucí rezistorem a cívkou a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry admitančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

I

U

L

IL

IR

R

|  |  |
| --- | --- |
| R = 470 Ω | Y = ? I = ? |
| L = 100 mH = 0,1 H | φ = ? |
| U = 1 V | IR, IL = ? |
| f = 1 kHz = 1 000 Hz | P, Q, S = ? |

*Předpokládaný tvar fázorového diagramu, admitančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:*

U

IL



IR

I



G

BL

Y



P

Q

S



P

Q

S



P

Q

S



P

Q

S

*Vlastní výpočet:*

Nejprve vypočteme vodivost rezistoru:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Poté vypočteme indukční susceptanci:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Pokračujeme výpočtem admitance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dále z hodnoty admitance Y a ze zadaného svorkového napětí U vypočteme celkový proud I [A] odebíraný ze zdroje (užití Ohmova zákona):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím (použijeme vztah pro některou goniometrickou funkci pro impedanční trojúhelník např. cos):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Vypočteme proudy tekoucí rezistorem a cívkou (IR a IL):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Vypočteme hodnoty výkonů:

- Činný výkon P:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | |
|  |  | |
|  |  |  |

- Jalový výkon Q:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | |
|  |  | |
|  |  |  |

- Zdánlivý výkon S:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nyní přistoupíme ke konstrukci fázorového diagramu:

* zvolíme měřítko napětí , přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor napětí U

U

* zvolíme měřítko proudu , přepočteme hodnotu proudu tekoucího rezistorem na hodnotu délkovou a ve fázi s napětím narýsujeme fázor IR

U

IR

* dále přepočteme hodnotu proudu tekoucího cívkou na hodnotu délkovou a o 90° za fázor napětí narýsujeme fázor proudu IL

U

IL

IR

* vektorovým součtem proudů tekoucích rezistorem a cívkou dostáváme fázor proudu I

U

IL

IR

I

* nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím   
  (φ = )



U

IL

IR

I

Dále nakreslíme admitanční trojúhelník:

* nejdříve zvolíme měřítko vodivostí přepočteme hodnotu vodivosti na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku vodivosti G

G

* dále přepočteme hodnotu indukční susceptance na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku indukční susceptance BL otočenou o 90° (ve směru proudu IL)

G

BL

* poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky indukční susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y

G

BL

Y

* nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí  
  (φ = )



G

BL

Y

Posledním úkolem je nakreslit výkonový trojúhelník:

* nejdříve zvolíme výkonové měřítko přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme jeho úsečku

P

* přepočteme na hodnotu délkovou hodnotu jalového výkonu a narýsujeme úsečku jalového výkonu otočenou o 90° (ve směru proudu IL)

P

Q

* dále spojíme počátek úsečky činného a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého

P

Q

S

* nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem   
  (φ = )



P

Q

S

***POZNÁMKA:***

*Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 4.*

 Praktické úlohy

*Úloha 1. 6. 1. 1.*

Vypočtěte admitanci paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 1 kΩ a cívky s indukčností L = 500 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 5 V, 500 Hz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte proudy tekoucí rezistorem a cívkou a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry admitančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

*Úloha 1. 6. 1. 2.*

Vypočtěte admitanci paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 5,5 kΩ a cívky s indukčností L = 200 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 15 V, 100 Hz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte proudy tekoucí rezistorem a cívkou a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry admitančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

* + 1. Paralelní řazení R a C

 ČAS KE STUDIU

60 minut teoretická příprava + 25 minut řešený příklad.

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v paralelně řazeném obvodu s ideálním rezistorem a ideálním kondenzátorem.

 VÝKLAD

I

U

IC

IR

C

R

U

IC



IR

I

Paralelní řazení ideálního rezistoru s odporem R a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku. Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud se rozdělí na proud tekoucí rezistorem IR, který je ve fázi s napětím a na proud tekoucí kondenzátorem IC, který předbíhá napětí o 90°. Vektorový součet těchto proudů je roven proudu ze zdroje. Proud ze zdroje předbíhá napětí o úhel φ.

Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u paralelního řazení je to fázor napětí):

U

* ve vhodném měřítku narýsujeme fázor napětí U
* ve fázi s tímto napětím narýsujeme (v proudovém měřítku) proud tekoucí rezistorem IR

U

IR

* o 90° před fázor napětí narýsujeme fázor proudu tekoucího kondenzátorem IC (opět v proudovém měřítku)

U

IC

IR

* vektorovým součtem proudů tekoucích rezistorem a kondenzátorem (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor proudu I tekoucího ze zdroje

U

IC

IR

I

* nakonec označíme úhel φ mezi napětím a proudem

U

IC



IR

I

Opět bychom mohli fázorový diagram konstruovat pomocí přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého

U

IC



IR

I

***POZNÁMKA:***

*Postup konstrukce fázorového diagramu také naleznete ve výukové prezentaci číslo 6.*

Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník proudů IR, IC a I je pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

Průběh okamžitých hodnot napětí a jednotlivých proudů je na následujícím obrázku. Proud předbíhá napětí o úhel φ. Okamžitá hodnota proudu je dána součtem okamžitých hodnot proudů tekoucích rezistorem a kondenzátorem i = iR + iC.

i

u

iR

iC

φ

U

I

t

φ

Vydělíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme opět parametry admitančního trojúhelníku:

Nakreslíme-li ve vhodném měřítku admitanční trojúhelník, zjistíme, že se jedná o trojúhelník podobný trojúhelníku proudů (ve fázorovém diagramu). Opět tedy platí rovnice:



G

BC

Y

Konstrukce admitančního trojúhelníku:

* nejdříve narýsujeme ve vhodném měřítku úsečku vodivosti G

G

* narýsujeme úsečku kapacitní susceptance BC  otočenou o 90° (ve směru proudu IC)

G

BC

* poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky kapacitní   
  susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y

G

BC

Y

* nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí



G

BC

Y

Vynásobíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme parametry výkonového trojúhelníku:  
IR ⋅ U = P; IC ⋅ U = Q; I ⋅ U = S.

Dosadíme-li za IR a IC z goniometrických funkcí fázorového diagramu IR = I ⋅ cos φ   
a IC = I ⋅ sin φ, dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru:



P

Q

S

P = U ⋅ I ⋅ cos φ; Q = U ⋅ I ⋅ sin φ.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí rovnice:

Výkonový trojúhelník je opět trojúhelník podobný s trojúhelníkem fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem admitančním).

Pro doplnění a opakování opět uvádíme i konstrukci výkonového trojúhelníku:

* nejprve narýsujeme úsečku činného výkonu P (ve vhodném měřítku)

P

* dále narýsujeme úsečku jalového výkonu Q pootočenou o 90° (ve směru proudu IC)

Q

P

* poté spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého S

S

Q

P

* nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem



S

Q

P

 OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na paralelním řazení rezistoru a kondenzátoru?

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 2 V, 15 kHz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 200 Ω a kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry admitančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

|  |  |
| --- | --- |
| R = 200 Ω | I = ? |
| C = 100 nF = 100 ⋅ 10-9 F | P, Q, S = ? |
| U = 2 V | Y, BC, = ? |
| f = 15 kHz = 15 ⋅ 103 Hz | φ = ? |

I

U

IC

IR

C

R

*Předpokládaný tvar fázorového diagramu, admitančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:*

U

IC



IR

I



P

Q

S



G

BC

Y

*Vlastní výpočet:*

Nejprve vypočteme vodivost rezistoru:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Poté vypočteme kapacitní susceptanci:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Pokračujeme výpočtem admitance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dále z hodnoty admitance Y a ze zadaného svorkového napětí U vypočteme celkový proud I [A] odebíraný ze zdroje (užití Ohmova zákona):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím (použijeme vztah pro některou goniometrickou funkci pro impedanční trojúhelník např. cos):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Vypočteme proudy tekoucí jednotlivými větvemi obvodu (rezistorem IR, a kondenzátorem IC):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Vypočteme hodnoty výkonů:

- Činný výkon P:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | |
|  |  | |
|  |  |  |

- Jalový výkon Q:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | |
|  |  | |
|  |  |  |

- Zdánlivý výkon S:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nyní přistoupíme ke konstrukci fázorového diagramu:

* jelikož vycházíme z řídícího fázoru napětí, nejdříve zvolíme měřítko napětí např.  a pak přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor napětí U

U

* zvolíme měřítko proudu , přepočteme hodnotu proudu tekoucího rezistorem na hodnotu délkovou a ve fázi s napětím narýsujeme fázor IR:

U

IR

* dále přepočteme hodnotu proudu tekoucího kondenzátorem na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu IC (o 90° před fázor proudu IR):

U

IR

IC

U

IL

IC

IR

* vektorovým součtem proudů (doplněním na rovnoběžník) dostáváme proud I tekoucí ze zdroje:

U

IR

IC

I

* Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím   
  (φ = )



U

IR

IC

I

Dále nakreslíme admitanční trojúhelník:

* nejdříve zvolíme měřítko vodivostí přepočteme hodnotu vodivosti na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku vodivosti G

G

* dále přepočteme hodnotu kapacitní susceptance na hodnotu délkovou a narýsujeme na konec úsečky vodivosti G úsečku kapacitní susceptance BC otočenou o 90° (ve směru proudu IC)

BC

G

* poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky kapacitní susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y

BC

G

Y



BC

G

Y

* nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí  
  (φ = )

Nakonec nakreslíme trojúhelník výkonový:

* nejdříve opět zvolíme výkonové měřítko přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme jeho úsečku

P

* přepočteme hodnotu jalového výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme na konec úsečky činného výkonu úsečku jalového výkonu otočenou o 90° (ve směru proudu IC)

Q

P

* dále spojíme počátek úsečky činného a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého



Q

P

S

nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí  
(φ = )

***POZNÁMKA:***

*Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 5.*

 Praktické úlohy

*Úloha 1. 6. 2. 1.*

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 1 V, 1 kHz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 180 Ω a kondenzátoru s kapacitou C = 220 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

*Úloha 1. 6. 2. 2.*

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 1 V, 10 kHz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 0,39 kΩ a kondenzátoru s kapacitou C = 150 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

* + 1. Paralelní řazení L a C

 ČAS KE STUDIU

25 minut.

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v paralelně řazeném obvodu s ideální cívkou a ideálním kondenzátorem.

 VÝKLAD

IL

U

IC



I

IC

Příklad fázorového diagramu   
je-li IL > IC

IL

U

IC



I

IL

Příklad fázorového diagramu je-li IL < IC

I

U

IC

L

IL

C

IL

U

IC

Příklad fázorového diagramu je-li IL = IC (obvod je v rezonanci)

Paralelní řazení ideální cívky s indukčností L a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku.

***POZNÁMKA:***

*Ve skutečných obvodech je tato kombinace nemožná, protože nemůžeme zanedbat parazitní parametry prvků – především ohmický odpor vinutí cívky RL.*

Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud se rozdělí na proud procházející cívkou IL, který se za napětím zdroje zpožďuje o 90° a na proud procházející kondenzátorem IC, který napětí zdroje předbíhá o 90°. Vektorový součet těchto proudů je roven proudu zdroje, který buď předbíhá, nebo se zpožďuje za napětím zdroje o úhel φ = 90° a to podle velikosti proudů tekoucích cívkou a kondenzátorem. Je-li velikost proudu tekoucího cívkou větší než proud tekoucí kondenzátorem (IL > IC), bude se výsledný proud za napětím zdroje zpožďovat a naopak bude-li větší proud tekoucí kondenzátorem (IC > IL), bude proud napětí zdroje předbíhat.

***POZNÁMKA:***

*Budou-li velikosti proudů tekoucích cívkou a kondenzátorem stejné, říkáme, že je obvod v rezonanci – rezonance není součástí tohoto textu.*

Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u paralelního řazení je to fázor napětí):

U

* ve vhodném měřítku narýsujeme fázor napětí U
* o 90° za fázor napětí narýsujeme (v proudovém měřítku) fázor proudu tekoucího cívkou IL o 90°

U

IL

* o 90° před fázor napětí narýsujeme fázor proudu tekoucího kondenzátorem IC (opět v proudovém měřítku)

U

IL

IC

* vektorovým součtem proudů tekoucích cívkou a kondenzátorem (jejich odečtením) dostáváme fázor proudu I tekoucího ze zdroje

IL

U

IC

I

IL

* nakonec označíme úhel φ = 90° mezi napětím a proudem



IL

U

IC

I

IL

Z fázorového diagramu je patrné, že proudy tekoucí cívkou a kondenzátorem jsou v protifázi a proud ze zdroje je dán jejich rozdílem I = IC – IL.

Průběh okamžité hodnoty napětí a okamžitých hodnot jednotlivých proudů je na obrázku (pro IC > IL proud předbíhá napětí o úhel φ = 90°). Okamžitá hodnota proudu je dána součtem (rozdílem) okamžitých hodnot proudů tekoucích cívkou a kondenzátorem.

u

iL

iC

φ = 90°

U

I

t

i

Vydělíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme indukční a kapacitní susceptanci a admitanci:

Vynásobíme-li rozdíl fázorů proudů na cívce a na kondenzátoru řídícím fázorem napětí, dostaneme jalový výkon, který se „přelévá“ mezi zdrojem, magnetickým polem cívky a elektrickým polem kondenzátoru:  
(IC –IL) ⋅ U = Q.

 SHRNUTÍ POJMů

Fázový posun proudu a napětí na paralelním L, C obvodu, fázorový diagram.

 OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na paralelním L, C obvodu?

* + 1. Paralelní řazení R a L a C

 ČAS KE STUDIU

60 minut + 45 minut řešený příklad.

 CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v paralelně řazeném obvodu s ideálním rezistorem, ideální cívkou a ideálním kondenzátorem.

 VÝKLAD

U

IC



IR

I

IL

IC

Příklad fázorového diagramu je-li IL > IC

IL

U

IC



IR

I

IL

Příklad fázorového diagramu je-li IL < IC

I

U

IC

IR

R

L

IL

C

Paralelní řazení ideálního rezistoru s elektrickým odporem R, ideální cívky s indukčností L a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku. Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud se rozdělí na proud tekoucí rezistorem IR, který je ve fázi s napětím, na proud tekoucí cívkou IL, který se zpožďuje za napětím o 90°a na proud tekoucí kondenzátorem IC, který předbíhá napětí o 90°. Vektorový součet těchto proudů je roven proudu ze zdroje. Bude-li proud tekoucí cívkou větší než proud tekoucí kondenzátorem (IL > IC), bude se proud ze zdroje zpožďovat za napětím o úhel φ, naopak bude-li proud tekoucí cívkou menší než proud tekoucí kondenzátorem (IL < IC), bude proud ze zdroje předbíhat před napětí o úhel φ.

Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u paralelního řazení je to fázor napětí):

U

* ve vhodném měřítku narýsujeme fázor napětí U
* ve fázi s tímto napětím narýsujeme (v proudovém měřítku) proud tekoucí rezistorem IR

U

IR

* o 90° za fázor napětí narýsujeme fázor proudu tekoucího cívkou IL (opět v proudovém měřítku)

U

IL

IR

* o 90° před fázor napětí narýsujeme fázor proudu tekoucího kondenzátorem IC (opět v proudovém měřítku)

U

IR

IL

IC

* vektorovým součtem proudů tekoucích rezistorem, cívkou a kondenzátorem (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor proudu I tekoucího ze zdroje

IL

U

IC

IR

I

IL

* nakonec označíme úhel φ mezi napětím a proudem

IL

U

IC



IR

I

IL

Obdobně bychom opět mohli zkonstruovat fázorový diagram pro IL > IC a také bychom mohli fázorový diagram zkonstruovat pomocí přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého:

Příklad fázorového diagramu je-li IL > IC

U

IC



IR

I

IL

Příklad fázorového diagramu je-li IL < IC

U

IC



IR

I

IL

Příklad fázorového diagramu je-li IL > IC

U

IC



IR

I

IL

IC

Příklad fázorového diagramu je-li IL < IC

***POZNÁMKA:***

*Postup konstrukce fázorového diagramu také naleznete ve výukové prezentaci číslo 7.*

U

IC

IR = I

IL

***POZNÁMKA:***

*Budou-li velikosti proudů tekoucích cívkou a kondenzátorem   
stejné, říkáme, že je obvod v rezonanci – rezonance není   
součástí tohoto textu.*

Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník proudů IR, (IL – IC) a I je pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

Průběh okamžité hodnoty napětí a okamžitých hodnot jednotlivých proudů pro případ IC > IL je na obrázku. Proud předbíhá napětí o úhel φ. Okamžitá hodnota proudu je dána součtem okamžitých hodnot proudů tekoucích rezistorem, cívkou a kondenzátorem.

u

i

iR

iL

iC

φ

U

I

t

φ

Vydělíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme parametry admitančního trojúhelníku:

Nakreslíme-li ve vhodném měřítku admitanční trojúhelník, zjistíme, že se jedná o trojúhelník podobný trojúhelníku proudů (ve fázorovém diagramu). Opět tedy platí rovnice:



G

BL - BC

BC

BL

Y

Konstrukce admitančního trojúhelníku:

* nejdříve narýsujeme ve vhodném měřítku úsečku vodivosti G

G

* dále narýsujeme úsečku indukční susceptance BL otočenou o 90° (ve směru proudu IL)

G

BL

* na konec úsečky indukční susceptance BL ve směru proudu IC narýsujeme úsečku kapacitní susceptance BC  (otočenou o 90°oproti vodivosti G)

G

BC

BL

* poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky kapacitní   
  susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y

G

BC

BL

Y

* nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí



G

BC

BL

Y

Příklad admitančního trojúhelníku je-li IL > IC



G

BC

BL

Y

Vynásobíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme parametry výkonového trojúhelníku:  
IR ⋅ U = P; (IL – IC) ⋅ U = Q; I ⋅ U = S.

Dosadíme-li opět za IR a (IL – IC) z goniometrických funkcí fázorového diagramu   
(IR = I ⋅ cos φ a (IL – IC) = I ⋅ sin φ), pak dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru: P = U ⋅ I ⋅ cos φ; Q = U ⋅ I ⋅ sin φ.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí rovnice:

Výkonový trojúhelník je opět trojúhelník podobný s trojúhelníkem fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem admitančním).



P

Q

S

Příklad výkonového trojúhelníku je-li IL < IC

Příklad výkonového trojúhelníku je-li IL > IC

P

Q

S



 SHRNUTÍ POJMů

Fázový posun proudu a napětí na paralelním R, L, C obvodu, fázorový diagram, admitanční trojúhelník, výkonový trojúhelník.

 OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na paralelním R, L, C obvodu?

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 2 V, 200 Hz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 47 Ω,  cívky s indukčností L = 10 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 47 μF. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry admitančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

I

U

IC

IR

R

L

IL

C

|  |  |
| --- | --- |
| R = 47 Ω | Y = ? |
| L = 10 mH = 0,01 H | I = ? |
| C = 47 μF = 47 ⋅ 10-6 F | BC, BL = ? |
| U = 2 V | P, Q, S = ? |
| f = 200 Hz | φ = ? |

*Předpokládaný tvar fázorového diagramu, admitančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:*

IL

U

IC



IR

I

IL



P

Q

S



BC

BC-BL

G

Y

BL

*Bude-li IC > IL*

U

IC



IR

I

IL

IC



G

BC

BL

Y

P

Q

S



*Bude-li IC < IL*

*Vlastní výpočet:*

Nejprve vypočteme vodivost rezistoru:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Poté vypočteme indukční a kapacitní susceptance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Pokračujeme výpočtem admitance:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Dále z hodnoty admitance Y a ze zadaného svorkového napětí U vypočteme celkový proud I [A] odebíraný ze zdroje:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím (použijeme vztah pro některou goniometrickou funkci pro admitanční trojúhelník např. cos):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Vypočteme proudy tekoucí jednotlivými větvemi obvodu (rezistorem IR, cívkou IL a kondenzátorem IC):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Vypočteme hodnoty výkonů:

- Činný výkon P:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | |
|  |  | |
|  |  |  |

- Jalový výkon Q:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | |
|  |  | |
|  |  | |
|  |  |  |

- Zdánlivý výkon S:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nyní přistoupíme ke konstrukci fázorového diagramu (pro obměnu použijeme metodu přesouvání fázorů):

* jelikož vycházíme z řídícího fázoru napětí, nejdříve zvolíme měřítko napětí např.  a pak přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor napětí U

U

* zvolíme měřítko proudu , přepočteme hodnotu proudu tekoucího rezistorem na hodnotu délkovou a ve fázi s napětím narýsujeme fázor IR:

U

IR

* dále přepočteme hodnotu proudu tekoucího   
  cívkou na hodnotu délkovou a na konec fázoru   
  IR  o 90° za fázor napětí narýsujeme fázor proudu IL:

U

IL

IR

* dále přepočteme hodnotu proudu tekoucího kondenzátorem na hodnotu délkovou a na konec fázoru proudu IL narýsujeme fázor proudu IC (o 180° před fázor proudu IL):

U

IL

IC

IR

* vektorovým součtem proudů, tedy narýsováním spojnice počátku a konce posledního fázoru proudu (IC) dostáváme proud I tekoucí ze zdroje:



I

U

IL

IC

IR

* Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím   
  (φ = )

Dále nakreslíme admitanční trojúhelník:

* nejdříve zvolíme měřítko vodivostí přepočteme hodnotu vodivosti na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku vodivosti G

G

* dále přepočteme hodnotu indukční susceptance na hodnotu délkovou a narýsujeme na konec úsečky vodivosti G úsečku indukční susceptance BL otočenou o 90° (ve směru proudu IL)

G

BL

* přepočteme hodnotu kapacitní susceptance na hodnotu délkovou a narýsujeme na konec úsečky indukční susceptance BL úsečku kapacitní susceptance BC, taktéž otočenou o 90°proti vodivosti G (ve směru proudu IC, tedy o 180°proti BC)

G

BL

BC

* poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky   
  kapacitní susceptance a tím narýsujeme úsečku   
  admitance Y



Y

G

BL

BC

* nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí  
  (φ = )

Naposled nakreslíme trojúhelník výkonový:

* nejdříve zvolíme výkonové měřítko přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme jeho úsečku

P

* přepočteme na hodnotu délkovou hodnotu jalového výkonu a narýsujeme úsečku jalového výkonu otočenou o 90° (ve směru proudu IL – je větší než IC)

Q

P

Q

P

S



* dále spojíme počátek úsečky činného a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého
* nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí  
  (φ = )

***POZNÁMKA:***

*Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 6.*

 Praktické úlohy

*Úloha 1. 6. 3. 1.*

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 1 V, 4,5 kHz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 470 Ω,  cívky s indukčností L = 4,7 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 220 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

*Úloha 1. 6. 3. 2.*

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 100 mV, 5 kHz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 10 kΩ,  cívky s indukčností L = 200 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 4,7 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

* 1. Sérioparalelní řazení prvků R, L, C

Má-li obvod alespoň dvě větve a je-li alespoň v jedné větvi více prvků, mluvíme o obvodu sérioparalelním. Tedy o sérioparalelním zapojení elektrického obvodu mluvíme tehdy, skládá-li se obvod z více prvků, přičemž některé prvky obvodu jsou vůči sobě sériově a některé paralelně. Opět platí, že částí obvodu, která je řazena sériově, protéká stejný proud a na části obvodu, která je řazena paralelně, je stejné napětí.

Takovéto obvody musíme při řešení postupně zjednodušovat, až dostaneme čistě sériový obvod a z něj vypočteme celkovou impedanci, nebo až dostaneme čistě paralelní obvod a z něj pak vypočteme celkovou admitanci.

Tyto obvody můžeme také řešit tzv. symbolickou metodou tedy použitím impedancí jednotlivých větví v komplexním tvaru a následným zjednodušením na celkovou impedanci obvodu za použití pravidel pro sériově a paralelně řazené impedance (tato metoda je vhodnější pro velice složité obvody).

***POZNÁMKA:***

*I v této kapitole budeme považovat všechny prvky elektrického obvodu za ideální (jejich parazitní vlastnosti jsou zanedbány).*

* + 1. Přepočet sériového obvodu na paralelní

***POZNÁMKA:***

*Původní sériový obvod a náhradní paralelní obvod jsou naprosto rovnocenné a nazýváme je duální obvody.*

 ČAS KE STUDIU

40 minut teoretická příprava + 25 minut řešený příklad.

 CÍL

Pochopit nahrazení sériově řazeného ideálního rezistoru a ideální reaktance (indukční nebo kapacitní) duálním obvodem paralelním opět s ideálním rezistorem a ideální reaktancí (indukční nebo kapacitní).

 Pojmy k zapamatování

Duální obvody = sériový a paralelní obvod, které se navenek chovají stejně, neboli jsou rovnocenné, jejich impedance a fázový posun jsou stejné, ale parametry (R a X) sériového a náhradního paralelního obvodu jsou rozdílné (RS ≠ RP a XS ≠ XP)

 VÝKLAD

S

UR

UL

U

IS

URS

RS

IS

ULS

LS (XLS)

U

Sériový obvod složený z rezistoru s odporem RS a cívky s indukční reaktancí XLS nahradíme paralelním obvodem složeným z rezistoru s odporem RP a cívky s indukční reaktancí XLP.

IP

U

LP (XLP)

ILP

IRP

RP

U

IL

P

IR

IP

Z fázorových diagramů je patrné (jsou kresleny ve stejných napěťových i ve stejných proudových měřítkách), že po připojení ke zdroji se stejným napětím začne oběma obvody procházet stejný proud. Stejně tak je patrné, že i fázový posun mezi proudem a napětím jsou u duálních obvodů stejné. Můžeme tedy psát: IS = IP a φS = φP.

Můžeme také oba fázorové diagramy sloučit do sebe. Vyjdeme z fázorového diagramu původního sériového obvodu a dokreslíme fázory proudů tekoucích prvky náhradního paralelního obvodu. Proud tekoucí rezistorem RP je ve fázi s napětím zdroje a proud tekoucí cívkou LP se za napětím zpožďuje o 90°.

S = P

UR

UL

U

IS = IP

IL

IR

Z rovností proudů IS a IP vyplývá, že i impedance a admitance obou obvodů musí být také stejné:

Na základě těchto rovností pak můžeme odvodit hodnoty parametrů náhradního paralelního obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

***POZNÁMKA:***

*Hodnoty přepočtených parametrů náhradního obvodu vyhovují jen pro zadanou frekvenci napětí zdroje.*

Dosazením a matematickou úpravou dostaneme vztahy pro přepočet parametrů sériového obvodu na obvod paralelní ve tvaru:

***POZNÁMKA:***

*Obdobným způsobem bychom mohli odvodit vztahy pro přepočet sériového obvodu RS, CS (XCS) na náhradní paralelní obvod RP, CP (XCP):*

Výpočet parametrů fázorových diagramů probíhá stejně jako u sériového obvodu (RS, LS) a jako u paralelního obvodu (RP, LP) :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

***POZNÁMKA:***

*Přepočet sériového obvodu na paralelní najdete ve výukové prezentaci číslo 8.*

 SHRNUTÍ POJMů

Duální obvody, přepočet parametrů sériového obvodu na parametry náhradního paralelního obvodu.

 OTÁZKY

Které veličiny duálních obvodů jsou identické a které ne?

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Vypočtěte parametry náhradního paralelního obvodu k obvodu sériovému složenému z rezistoru s odporem R = 1 kΩ a cívky s indukčností L = 12 mH, připojenému na zdroj střídavého napětí U = 2 V, 10 kHz. Vypočtěte též odebíraný elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím a výkon odebíraný ze zdroje. Dále ve vhodném měřítku nakreslete fázorové diagramy pro oba obvody a impedanční trojúhelník původního obvodu a admitanční trojúhelník obvodu náhradního.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

UR

RS

I

UL

LS

U

|  |  |
| --- | --- |
| RS = 1 kΩ = 1 000 Ω | RP, LP = ? |
| LS = 12 mH = 0,012 H | I = ? |
| U = 2 V | φ = ? |
| f = 10 kHz = 10 000 Hz | P, Q, S = ? |
|  | XLS, ZS, YP = ? |
|  | GP, BLP = ? |
|  | UR, UL = ? |
|  | IR, IL = ? |

Úkolem je nahradit skutečný sériový obvod náhradním paralelním obvodem:

IP

U

LP (XLP)

IL

IR

RP

Nejdříve vlastní přepočet parametrů.

Vypočteme indukční reaktanci cívky původního sériového obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Pak můžeme vypočíst impedanci původního sériového obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Admitanci paralelního náhradního obvodu vypočteme jako převrácenou hodnotu impedance původního sériového obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Vypočteme úhel φ z parametrů původního obvodu pomocí některé goniometrické funkce např. z tangenty:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nakonec vypočteme parametry náhradního paralelního obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Pro kontrolu můžeme použít odvozené vztahy pro přepočet:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Výpočet parametrů pro konstrukci fázorových diagramů:

Celkový proud ze zdroje:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Úbytky napětí na prvcích sériového původního obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Proudy ve větvích paralelního náhradního obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nyní můžeme přepočíst hodnoty obvodových veličin na délky a narýsovat fázorové diagramy:

Zvolíme měřítko proudu a napětí .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| Fázorový diagram skutečného sériového obvodu: | Fázorový diagram náhradního paralelního obvodu |

U

ILP

P

IRP

IP

S

URS

ULS

U

IS

Sloučený fázorový diagram:

S = P

URS

ULS

U

IS = IP

ILP

IRP

Dále přepočteme hodnoty parametrů skutečného a náhradního obvodu na hodnoty délkové (zvolíme ohmické měřítko ) a zkonstruujeme impedanční trojúhelník původního obvodu a admitanční trojúhelník náhradního obvodu:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| Impedanční trojúhelník původního sériového obvodu: | Admitanční trojúhelník náhradního paralelního obvodu: |

S

RS

XLS

ZS

P

GP

BLP

YP

Nakonec vypočteme hodnoty výkonů:

* činný výkon P:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

* jalový výkon Q:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

* zdánlivý výkon S:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

***POZNÁMKA:***

*Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 7.*

* + 1. Přepočet paralelního obvodu na sériový

***POZNÁMKA:***

*Původní paralelní obvod a náhradní sériový obvod jsou naprosto rovnocenné a nazýváme je duální obvody.*

 ČAS KE STUDIU

30 minut teoretická příprava + 25 minut řešený příklad.

 CÍL

Pochopit nahrazení paralelně řazeného ideálního rezistoru a ideální reaktance (indukční nebo kapacitní) duálním obvodem sériovým opět s ideálním rezistorem a ideální reaktancí (indukční nebo kapacitní).

 Pojmy k zapamatování

Duální obvody = sériový a paralelní obvod, které se na venek chovají stejně, neboli jsou rovnocenné, jejich impedance a fázový posun jsou stejné, ale parametry (R a X) paralelního a náhradního sériového obvodu jsou rozdílné (RP ≠ RS a XP ≠ XS).

 VÝKLAD

Pro změnu výklad provedeme pro obvod R, C.

U

IC



IR

I

I

U

IC

IR

CP (XCP)

RP

Paralelní obvod složený z rezistoru s odporem RP a kondenzátoru s kapacitní reaktancí XCP nahradíme sériovým obvodem složeným z rezistoru s odporem RS a kondenzátoru s kapacitní reaktancí XCS.

UR

RS

I

UC

U

CS (XCS)



UR

UC

U

I

Z fázorových diagramů je opět patrné (jsou kresleny ve stejných napěťových i ve stejných proudových měřítkách), že po připojení ke zdroji se stejným napětím začne oběma obvody procházet stejný proud. Stejně tak opět platí, že i fázový posun mezi proudem a napětím jsou u duálních obvodů stejné. Můžeme tedy psát: IP = IS   
a φP = φS.

Opět můžeme nakreslit sloučený fázorový diagram. Vycházíme z fázorového diagramu původního paralelního obvodu a dokreslíme do něj úbytky napětí na rezistoru RS a kondenzátoru CS náhradního sériového obvodu. Úbytek napětí na rezistoru (UR) je ve fázi s proudem a úbytek napětí na kondenzátoru (UC) se za proudem zpožďuje o 90°.

U

IC

P =S

IR

I

UR

UC

Z rovnosti proudů IP a IS vyplývá, že i admitance a impedance obou obvodů opět musí být stejné:

Na základě těchto rovností můžeme odvodit hodnoty parametrů náhradního sériového obvodu:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

***POZNÁMKA:***

*Hodnoty přepočtených parametrů náhradního obvodu vyhovují jen pro zadanou frekvenci napětí zdroje.*

Dosazením a matematickou úpravou dostaneme vztahy pro přepočet parametrů paralelního obvodu na obvod sériový ve tvaru:

***POZNÁMKA:***

*Obdobným způsobem bychom mohli odvodit vztahy pro přepočet sériového obvodu RS, LS (XLS) na náhradní paralelní obvod RP, LP (XLP):*

Výpočet parametrů fázorových diagramů probíhá stejně jako u paralelního obvodu a jako u sériového obvodu:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

***POZNÁMKA:***

*Přepočet sériového obvodu na paralelní najdete ve výukové prezentaci číslo 9.*

 SHRNUTÍ POJMů

Duální obvody, přepočet parametrů paralelního obvodu na parametry náhradního sériového obvodu.

 OTÁZKY

Které veličiny duálních obvodů jsou identické a které ne?

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Vypočtěte parametry náhradního sériového obvodu k obvodu paralelnímu složenému z rezistoru s odporem R = 100 Ω a kondenzátoru s kapacitou C = 47 μF, připojenému na zdroj střídavého napětí U = 2 V, 150 Hz. Vypočtěte též odebíraný elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím a výkon odebíraný ze zdroje. Dále ve vhodném měřítku nakreslete fázorové diagramy pro oba obvody a admitanční trojúhelník původního obvodu a trojúhelník impedanční obvodu náhradního.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

|  |  |
| --- | --- |
| RP = 100 Ω | RS, CS = ? |
| CP = 47 μF = 47⋅10-6 F | I = ? |
| U = 2 V | φ = ? |
| f = 150 Hz | P, Q, S = ? |
|  | IRP, ICP = ? |
|  | URS, UCS = ? |
|  | GP, BCP, YP = ? |
|  | XCS, ZS = ? |

I

U

ICP

IRP

CP (XCP)

RP

Úkolem je nahradit skutečný paralelní obvod náhradním sériovým obvodem:

URS

RS

I

UCS

U

CS (XCS)

Nejdříve provedeme přepočet parametrů původního paralelního obvodu (RP, CP) na parametry náhradního obvodu sériového:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  | |  |
|  |  | |  |
|  |  | |  |

Pro kontrolu opět použijeme vzorce na přímý přepočet:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Dále vypočteme parametry fázorových diagramů:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nyní můžeme přepočíst hodnoty obvodových veličin na délky a narýsovat fázorové diagramy (zvolíme měřítka napětí  a proudu ):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Fázorový diagram skutečného paralelního obvodu:



U

IRP

ICP

I

Fázorový diagram náhradního sériového obvodu:



URS

UCS

U

I

Můžeme zkonstruovat i celkový fázorový diagram:



U

IRP

ICP

I

URS

UCS

Dále přepočteme hodnoty parametrů skutečného a náhradního obvodu na hodnoty délkové a zkonstruujeme admitanční trojúhelník původního obvodu a impedanční trojúhelník náhradního obvodu (zvolíme měřítka  a ):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Admitanční trojúhelník původního sériového obvodu:



BCP

GP

YP

Impedanční trojúhelník náhradního paralelního obvodu:



RS

Z

XC

Nakonec můžeme spočítat i jednotlivé výkony:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

***POZNÁMKA:***

*Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 8.*

* + 1. Využití přepočtů duálních obvodů pro výpočet sérioparalelních obvodů

***POZNÁMKA:***

*Použití přepočtů duálních obvodů se používá pro zjišťování celkových parametrů sérioparalelních obvodů.*

 ČAS KE STUDIU

90 minut teoretická příprava + 45 minut řešené příklady.

 CÍL

Pochopit nahrazení částí obvodů sériových na paralelní nebo částí paralelně řazených na sériové.

 Pojmy k zapamatování

Sérioparalelní obvod = obvod, který je složen tak, že je část prvků vůči sobě spojena sériově a část paralelně.

 VÝKLAD

Pro výklad použijeme dva příklady použití, jeden takový, kde je potřeba přepočtu sériového na paralelní a druhý naopak takový, kde je potřeba přepočtu paralelního na sériový.

***1. Použití přepočtu sériového obvodu na paralelní***

UR2

R2

I

UC

U

C

UR1

R1

L

UL

I2

I1

Sériový obvod R1, L přepočteme na paralelní obvod R1P, LP a sériový obvod R2, C přepočteme na paralelní obvod R2P, CP. Nakonec vyřešíme výsledný čistě paralelní obvod R1P, LP, R2P, CP.

Nejdříve musíme indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru přepočíst na reaktance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dále můžeme vypočítat hodnoty paralelních náhradních obvodů:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Dostaneme tedy paralelní obvod ve tvaru:

I

U

ICP

IR1P

IR2P

R1P

R2P

LP

ILP

CP

Další výpočet je již stejný jako v kapitole 1. 6. 4. (paralelní obvod R, L, C):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  | |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Fázorový diagram náhradního paralelního obvodu bychom zkonstruovali podobně jako v kapitole paralelní obvody:

* vycházíme z fázoru napětí, se kterým jsou ve fázi proudy tekoucí rezistory R1 a R2, proud cívkou se za napětím zpožďuje o 90° a proud kondenzátorem naopak napětí o 90° předbíhá. Vektorový součet všech čtyř proudů je roven proudu zdroje posunutého o úhel φ proti napětí (v našem případě před, neboť IC > IL):

ILP

U

ICP



IR1P

I

IR1P

IR2P

* dále vektorovými součty zjistíme proudy ve větvích původního obvodu I1 = IR1P + ILP a I2 = IR2P + ICP (zároveň vidíme, že platí   
  I1 + I2 = I)  
  Velikost proudů I1 a I2 můžeme vypočíst pomocí Pythagorovy věty ze vztahů

I1

I2

ILP

U

ICP



IR1P

I

IR2P

a

* nyní můžeme narýsovat úbytky napětí na prvcích původního obvodu; úbytek na rezistoru R1 ve fázi s proudem I1, na   
  konec fázoru úbytku napětí na rezistoru   
  R1, o 90° před něj narýsujeme fázor úbytku   
  napětí na cívce UL. Jestliže jsme rýsovali   
  správně, musí fázor napětí UL končit na   
  konci fázoru napětí zdroje U, neboť dle   
  druhého Kirchhoffova zákona je vektorový   
  součet napětí UR a UL roven napětí U (pro   
  náčrty si můžeme pomoci tzv. Thaletovou   
  kružnicí):

I1

I2

ILP

U



IR1P

I

IR2P

UR1

UL

ICP

A

B

C’

C’’

S

***POZNÁMKA:***

*Thaletova kružnice je součástí konstrukce Thaletovy  
věty, která říká, že sestrojíme-li kružnici o průměru   
úsečky AB a zvolíme-li na kružnici libovolný bod C,   
pak platí, že trojúhelník ABC je pravoúhlý s pravým   
úhlem u vrcholu C.*

I1

I2

ILP

U



IR1P

I

IR2P

UR1

UC

UL

UR2

ICP

* stejným způsobem narýsujeme úbytky na druhé větvi (UR2 ve fázi s proudem I1 a UC o 90°za něj):

***POZNÁMKA:***

*Použití přepočtu sériového obvodu na paralelní najdete ve výukové prezentaci číslo 10.*

***2. Použití přepočtu paralelního na sériový***

UR1

R1

I

UL

L

U

UR2C

IC

IR2

C

R2

Paralelní obvod R2, C přepočteme na sériový obvod R2S, CS a dostaneme výsledný

čistě sériový obvod R1, L, R2S, CS.

Nejdříve opět musíme indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru přepočíst na reaktance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dále můžeme vypočítat hodnoty sériového náhradního obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dostaneme sériový náhradní obvod ve tvaru:

UR1

UR2S

I

UL

L

U

UCS

CS

R1

R2S

Další výpočet je již stejný jako v kapitole 1.5.4. (sériové R, L, C obvody):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Fázorový diagram náhradního sériového obvodu bychom zkonstruovali podobně jako v kapitole sériové obvody:

* vycházíme z fázoru proudu, se kterým jsou ve fázi úbytky napětí na rezistorech R1 a R2, úbytek napětí na cívce   
  předbíhá proud o 90° a naopak úbytek napětí   
  na kondenzátoru se za proudem o 90° zpožďuje.   
  Vektorový součet všech čtyř úbytků napětí je   
  roven napětí zdroje posunutého o úhel φ proti   
  proudu (v našem případě před neboť UL > UC):



UC

UR1

UR2S

UL

UC

UR1

I

U

* dále provedeme grafický součet úbytku napětí   
  na rezistoru R2S a úbytku napětí na   
  kondenzátoru CS (UR2C = UR2S + UCS):



UC

UR1

UR2S

UL

UC

UR2C

I

U

* nyní narýsujeme proudy procházející prvky paralelní části původního obvodu. Proud IR2 tekoucí rezistorem R2 ve fázi   
  s napětím UR2C a proud IC tekoucí   
  kondenzátorem C o 90°před napětí UR2C.   
  Součet těchto proudů je roven proudu I   
  tekoucího ze zdroje (I = IR2 + IC; pro náčrt   
  můžeme použít Thaletovu kružnici):



UC

UR1

UR2S

UL

UR2C

I

U

IC

IR2

 SHRNUTÍ POJMŮ

Sérioparalelní obvod, Thaletova kružnice.

 OTÁZKY

Načrtněte nějaký složitější sérioparalelní obvod a navrhněte jeho přepočet na čistě sériový nebo na čistě paralelní.

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

UR2

R2

I

UC

U

C

UR1

R1

L

UL

ICR2

IR1L



**Zadání:**

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého   
napětí U = 2 V, 1 kHz do sérioparalelního obvodu   
(viz obrázek) složeného z rezistoru R1 s odporem   
R1 = 330 Ω,  cívky s indukčností L = 100 mH,   
z kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF a z rezistoru R2 s odporem R2 = 2,2 kΩ. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry impedančního a admitančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční a admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

|  |  |
| --- | --- |
| R1 = 330 Ω | I = ? |
| L = 100 mH = 0,1 H | P, Q, S = ? |
| C = 100 nF = 100 ⋅ 10-9 F | XL, XC =? |
| R2 = 2,2 kΩ = 2 200 Ω | R1P, XLP, XCP, R2P = ? |
| U = 2 V | G1P, BLP, BCP,G2P = ? |
| f = 1 kHz = 1 000 Hz | YP = ? |
|  | IR1P, ILP, ICP, IR2P = ? |
|  | UR1, UL, UC, UR2 = ? |
|  | φ = ? |

UR2

R2 =2,2 kΩ

I

UC

U = 2 V, 1 kHz

C=100 nF

UR1

R1 =330 Ω

L=100 mH

UL

ICR2

IR1L

Sériový obvod R1, L přepočteme na paralelní obvod R1P, LP a sériový obvod C, R2 přepočteme na paralelní obvod CP, R2P. Tím dostaneme čistě paralelní obvod R1P, LP, CP, R2P, ten vyřešíme a následně se vrátíme k původnímu obvodu.

Nejdříve musíme indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru přepočíst na reaktance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Dále můžeme vypočítat hodnoty parametrů paralelních náhradních obvodů:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Dostaneme tedy paralelní obvod ve tvaru:

I

U

ICP

IR1P

IR2P

R1P

R2P

LP

ILP

CP

Dále pokračujeme výpočtem admitance náhradního paralelního obvodu a fázového posunu:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | | |
|  |  | |  | | |
|  |  | |  | | |
|  |  | |  | | |
|  | |  | | | |
|  | | | | | |
|  | | | | |  |
|  |  | | |  | |
|  |  | | |  | |

Můžeme vypočíst i hodnotu celkové impedance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nyní vypočteme proud tekoucí ze zdroje:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dále vypočteme proudy tekoucí jednotlivými prvky paralelního náhradního obvodu a z nich pak proudy tekoucí větvemi původního obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  | |
|  |  |  |
|  |  | |
|  |  |  |

Vypočteme i úbytky napětí na jednotlivých prvcích původního obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | V |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nakonec vypočteme parametry výkonového trojúhelníku (činný, jalový a zdánlivý výkon):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nyní můžeme přistoupit ke konstrukci fázorového diagramu. Zvolíme si napěťové měřítko a měřítko proudové :

* vycházíme z fázoru napětí, se kterým jsou ve fázi proudy tekoucí rezistory R1 a R2, proud cívkou se za napětím zpožďuje o 90°a proud kondenzátorem naopak napětí o 90°předbíhá. Vektorový součet všech čtyř proudů je roven proudu zdroje posunutého o úhel φ proti napětí:

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

ILP

U

ICP



IR1P

I

IR2P

ILP

U

ICP



IR1P

I

IR2P

IR1L

ICR2

* dále narýsujeme proudy ve větvích původního obvodu, proud IR1L získáme vektorovým součtem IR1P + ILP a vektorovým součtem IR2P + ICP získáme proud ICR2

ILP

U

ICP



IR1P

I

IR2P

IR1L

ICR2

UR1

UL

UC

UR2

* nyní narýsujeme úbytky napětí na prvcích původního  
  obvodu, úbytek napětí na rezistoru R1 narýsujeme   
  ve fázi s proudem IR1L a na jeho konec o 90°   
  před něj narýsujeme fázor úbytku   
  napětí na cívce UL. Obdobně   
  narýsujeme i úbytek napětí na   
  rezistoru R2 ve fázi s proudem   
  ICR2 a na jeho konec o 90° za něj   
  narýsujeme fázor úbytku   
  napětí na kondenzátoru UC.
* ještě můžeme proud rozdělit na jeho činnou a jalovou složku (činná složka proudu je ve fázi s napětím, složka jalová je posunuta proti napětí o 90°):

Ij

U



Ič

I

Dalším krokem je konstrukce impedančních a admitančního trojúhelníků. Zvolíme ohmické měřítko a měřítko vodivostní

* začneme narýsováním odporů a reaktancí původního obvodu:

R1

XL

R2

XC

* pokračujeme spojením začátků rezistorů a konců reaktancí jednotlivých větví, čímž získáme impedance těchto větví (ZRL a ZRC) posunuté proti rezistorům o úhly φRL a φRC:

RL

R1

XL

ZRL

RC

R2

ZRC

XC

* dále narýsujeme admitanční trojúhelník náhradního obvodu. Vodivosti G1P a G2P sečteme, na konec jejich součtu nakreslíme indukční susceptanci a na její konec nakreslíme susceptanci kapacitní (v protisměru):

G1P

BLP

BCP

G2P

GP

* spojením začátku vodivosti a konce kapacitní susceptance dostaneme admitanci YP náhradního obvodu posunutou o úhel φ proti vodivosti.



BLP

YP

BCP

GP

* pod stejným úhlem φ, ale opačným směrem narýsujeme celkovou impedanci obvodu Z:



BLP

YP

BCP



Z

GP



BLP

YP

BCP



Z

X

R

GP

* impedanci můžeme rozdělit na odpor a reaktanci doplněním na pravoúhlý trojúhelník

Zbývá narýsovat trojúhelník výkonový. Opět nejdříve zvolíme výkonové měřítko :

* narýsujeme činný výkon, o 90° otočený výkon jalový a spojením začátku činného výkonu a konce jalového výkonu dostaneme výkon zdánlivý posunutý o úhel φ proti činnému výkonu:



P

Q

S



**Zadání:**

I

U

L

IL

IR2

R2

R1

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 1 V, 400 Hz do sérioparalelního obvodu (viz obrázek) složeného z rezistoru R1 s odporem R1 = 240 Ω,  cívky s indukčností L = 100 mH a z rezistoru R2 s odporem R2 = 180 Ω. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry impedančního a admitančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční a admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

**Řešení:**

*Schéma zapojení:*

I

U

LP = 100 mH

ILP

IR2P

R1 = 240 Ω

R2P = 180 Ω

UR2L

Členy paralelní větve označujeme například indexem „P“ ať je odlišíme od pozdějšího přepočtu na sériový náhradní obvod.

UR1

*Vyjádření zadání:*

|  |  |
| --- | --- |
| R1 = 240 Ω | I = ? |
| L = 100 mH = 0,1 H | P, Q, S = ? |
| R2 = 180 Ω | BLP, G2P = ? |
| U = 1 V | XLS, R2S = ? |
| f = 400 Hz | YP, ZS, Z = ? |
|  | IRP, ILP, URS, ULS, UR1 = ? |
|  | φ = ? |

*Předpokládaný tvar fázorového diagramu, impedančního a admitančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:*

ILS



R2L

I

UR1

UR1

ULS

U

UR2L

IR2P



P

Q

S



P

Q

S



P

Q

S

P

Q

S

R1

R2L

R2L



R2S

XLS

GP2

BLP

ZS

YP

Z



*Vlastní výpočet:*

Nejprve vypočteme vodivost rezistoru R2:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Poté vypočteme indukční susceptanci:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Pokračujeme výpočtem admitance paralelní části obvodu (R2, LP):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dále vypočteme impedanci, fázový posun a parametry náhradního sériového obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Pro kontrolu si můžeme parametry náhradního sériového obvodu vypočíst ze vztahů odvozených v této kapitole:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nyní si nakreslíme sériový náhradní obvod:

UR1

UR2S

I

ULS

LS = 4,673 μH

U

R1 = 240 Ω

R2S = 118,92 Ω

Poté vypočteme celkovou impedanci obvodu a z ní pak proud tekoucí ze zdroje:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Můžeme také vypočíst fázový posun mezi celkovým proudem a napětím zdroje:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Dále vypočteme hodnoty úbytků napětí na jednotlivých prvcích náhradního obvodu a proudů v obou větvích paralelní části původního obvodu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Jelikož jsme si vypočetli všechny parametry fázorového diagramu můžeme přistoupit k jeho konstrukci:

Nejdříve začneme fázorovým diagramem náhradního sériového obvodu, tedy vycházíme z proudu zdroje (zvolíme měřítko proudu: ):

* přepočteme proudovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu:

I

* zvolíme měřítko napětí , přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru R1 UR1:

I

UR1

* na konec fázoru UR1 přičteme fázory úbytků napětí na cívce s induktivní reaktancí XLS a rezistoru R2S (abychom ve fázorovém diagramu nekřížili fázory, přičteme nejdříve úbytek na R2S a poté na XS (i při součtu fázorů platí pravidlo komutativity). Napěťové hodnoty nejdříve přepočteme na hodnoty délkové a poté narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru R2S (na konec UR1) a o 90°před fázor proudu úbytek napětí na XS (na konec UR2S):

I

UR1

UR2S

ULS

* fázor napětí U narýsujeme jako spojnici začátku fázoru úbytku napětí na rezistoru R1 a konce fázoru úbytku na cívce ULS:

I

UR1

UR2S

ULS

U

* spojením začátku fázoru úbytku napětí na rezistoru R2S a konce fázoru úbytku na cívce ULS dostaneme napětí na paralelní části obvodu UR2L svírající úhel φR2L s napětím UR2S:

I

UR1

UR2S

ULS

U

UR2L

R2L

* vyznačíme také fázový posun mezi proudem a napětím:

R2L



I

UR1

UR2S

ULS

U

UR2L

()

* ve fázi s napětím UR2L na začátek fázoru proudu narýsujeme v proudovém měřítku fázor proudu tekoucího rezistorem R2P:

R2L



I

UR1

UR2S

ULS

U

UR2L

IR2P

* o 90° za fázor proudu IR2P (na jeho konec) narýsujeme fázor proudu ILP (přičemž konec fázoru ILP musí končit na konci fázoru proudu zdroje I; při náčrtu si opět můžeme pomoci Thaletovou kružnicí o průměru proudu I):

R2L

ILS



I

UR1

UR2S

ULS

U

UR2L

IR2P

Nyní přistoupíme ke konstrukci admitančního a impedančního trojúhelníků (při konstrukci můžeme postupovat buď od náhradního obvodu ke skutečnému, tedy od celkové impedance, přes impedanci náhradní části k admitanci skutečné paralelní části obvodu, nebo naopak od skutečného obvodu, tedy od admitance paralelní části, přes impedanci náhradního obvodu k celkové impedanci – zvolíme například druhý postup – je dle postupu výpočtu):

* narýsujeme ve zvoleném vodivostním  měřítku () vodivost GP2:

GP2

* dále narýsujeme úsečku indukční susceptance BL otočenou o 90° směrem dolů:

GP2

BLP

* jejich spojnice je pak admitance YP:

GP2

BLP

YP

* znázorníme úhel φR2L mezi vodivostí a admitancí:

R2L

GP2

BLP

YP

* pod stejným úhlem, ale v opačném směru narýsujeme v ohmickém měřítku ( ) impedanci ZS:

R2L

R2L

GP2

BLP

ZS

* dále narýsujeme složky impedančního trojúhelníku R2S (jako přilehlou stranu úhlu φR2L) a XLS (jako protilehlou stranu úhlu φR2L):

R2L

R2L

GP2

BLP

ZS

R2S

XLS

* nyní přičteme rezistor R1 a dostaneme celkovou impedanci Z svírající s rezistorem R1 úhel φ (z obrázku je patrné, že se jedná o trojúhelníky podobné fázorovému diagramu):

R1

R2L

R2L



R2S

XLS

GP2

BLP

ZS

Z

Zbývá vypočíst parametry výkonového trojúhelníku a narýsovat jej.

- Činný výkon P:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

- Jalový výkon Q:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

- Zdánlivý výkon S:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Zvolíme výkonové měřítko a narýsujeme postupně činný, jalový a zdánlivý výkon a znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem (z obrázku je opět zřejmé, že se jedná o trojúhelník podobný trojúhelníku celkové impedance a fázorovému diagramu):



P

Q

S

* + 1. Výpočet sérioparalelních obvodů zjednodušováním obvodů pomocí impedancí a admitancí

***POZNÁMKA:***

*Tento způsob výpočtu se používá, především potřebujeme-li nakreslit fázorové diagramy sérioparalelních obvodů.*

 ČAS KE STUDIU

90 minut teoretická příprava + 30 minut řešené příklady.

 CÍL

Pochopit postup výpočtu sérioparalelních obvodů zjednodušováním pomocí impedancí a admitancí.

Nakreslit fázorové diagramy sérioparalelních obvodů.

 VÝKLAD

Pro výklad použijeme stejné dva příklady jako v předchozí kapitole.

Z2

I

U

Z1

I2

I1

UR2

R2

I

UC

U

C

UR1

R1

L

UL

I2

I1

Skutečný obvod si nahradíme obvodem složeným z impedancí nahrazujících prvky v jednotlivých větvích obvodu (Z1 a Z2).

Nejdříve tedy vypočteme impedance jednotlivých větví Z1 a Z2:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Dále vypočteme proudy ve větvích a jejich fázové posuny proti napětí (napětí je na paralelním náhradním obvodu složenému z impedancí Z1 a Z2 stejné):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nyní můžeme vypočíst úbytky napětí na jednotlivých prvcích (vrátíme se z náhradního obvodu na původní, kde procházející větvové proudy I1 a I2 vytvářejí tyto úbytky):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Teď máme vypočítány všechny parametry fázorového diagramu a můžeme jej sestrojit:

* celkový sérioparalelní obvod jsme nahradili paralelním obvodem složeným z impedancí Z1 a Z2 a v paralelním obvodu je řídícím fázorem fázor napětí

U

* dále zpožděný o úhel φ1 narýsujeme fázor proudu I1 (induktivní charakter impedance Z1)

U

I1

1

* a fázor proudu I2 nakreslíme o úhel φ2 před fázor napětí (kapacitní charakter impedance Z2)

1

U

I1

I2

2

* ve směru proudu I1 narýsujeme fázor úbytku napětí na rezistoru R1

1

2

U

I1

I2

UR1

* na konec fázoru úbytku napětí na rezistoru R1,   
  o 90° před něj narýsujeme fázor úbytku napětí   
  na cívce UL, jejichž součet (dle druhého   
  Kirchhoffova zákona) je roven napětí U (pro   
  náčrty si opět můžeme pomoci Thaletovou   
  kružnicí)

U

I1

I2

UR1

UL

* stejným způsobem nakreslíme úbytek napětí na rezistoru R2 (ve fázi s I2) a na kondenzátoru (zpožďuje se za I2 o 90°)

U

I1

I2

UR1

UC

UL

UR2

* dále můžeme rozdělit fázory proudů I1 a I2 na jejich činné a jalové složky (činná složka je vždy ve fázi s napětím a jalová je   
  posunuta o 90° před nebo za napětí):

U

I1

I2

I1j

I1č

I2č

I2j

UR1

UC

UL

UR2

Hodnoty složek obou proudů můžeme vypočítat:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Jelikož celkový proud je dle prvního Kirchhoffova zákona dán součtem fázorů proudů I1 a I2 a jak je patrné z fázorového diagramu je činná složka celkového proudu dána součtem činných složek obou proudů a jalová složka celkového proudu je dána rozdílem jalových složek obou proudů (jsou v protifázi), pak složky celkového proudu jsou:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Po výpočtu složek propudu můžeme pokračovat v konstrukci fázorového diagramu:

* celkový proud je pak dán vektorovým součtem obou jeho složek (Ič a Ij) nebo výpočtem pomocí Pythagorovy věty:

U

I1

I2

I1j

Ič

I2č

I2j

I1č

I

Ij

UR1

UC

UL

UR2

* pro lepší názornost uvádíme zvětšený detail fázorů proudu (pro lepší rozlišení v nestandartních barvách):

I2č

I2j

I2

I1

I1j

I1č

I

Ij

Ič

* jak již bylo řečeno součet proudů ve větvích (I1 a I2) je roven proudu zdroje. Což si můžeme vektorovým součtem ověřit i ve fázorovém diagramu (ukážeme si na zvětšeném detailu)

I2

I1

I

Ij

Ič

Pokud bychom měli za úkol vypočíst i velikost celkové impedance a admitance použili bychom vztahy:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Druhý příklad:

UR1

R1

I

UL

L

U

UR2C

IC

IR2

C

R2

U těchto typů příkladů, kdy výsledkem je sériový obvod, můžeme použít tuto metodu jen, když známe (máme zadán) celkový proud!

UR1L

ZR1L

I

UR2C

YR2C

U

Vypočteme impedanci ZR1L a admitanci YR2C a jejich fázové posuny:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nyní můžeme vypočíst úbytky napětí na obou prvcích:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nyní se vrátíme k původnímu obvodu a vypočteme úbytky napětí na R1 a L a proudy tekoucí R2 a C:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Teď máme vypočteny všechny parametry fázorového diagramu a můžeme jej sestrojit:

* celkový sérioparalelní obvod jsme nahradili sériovým obvodem složeným z impedance ZR1L a admitance YR2C a v sériovém obvodu je řídícím fázorem fázor proudu

I

* před fázor proudu nakreslíme o úhel φR1L fázor napětí UR1L (induktivní charakter impedance ZR1L)

R1L

I

UR1L

* dále narýsujeme fázor napětí UR2C zpožděný o úhel φR2C (kapacitní charakter admitance YR2C)

R2C

R1L

I

UR1L

UR2C

* ve směru proudu I narýsujeme fázor úbytku napětí na rezistoru R1 a na jeho konec o 90° před něj fázor úbytku na cívce (jejich vektorový součet je roven napětí UR1L)

I

UR1L

UR1

UL

UR2C

* ve fázi s napětím UR2C narýsujeme proud IR2 tekoucí rezistorem R2 a o 90° před něj fázor proudu IC tekoucí kondenzátorem (jejich vektorový součet je roven celkovému proudu I; pro náčrt si můžeme opět pomoci Thaletovou kružnicí)

I

UR1L

UR1

UL

IR2

IC

UR2C

* zbývá udělat vektorový součet napětí UR1L a UR2C čímž dostaneme fázor napětí zdroje U

I

UR1L

UR1

UL

IR2

IC

U

UR2C

* nakonec ještě znázorníme úhel φ mezi proudem a napětím (z fázorového diagramu je patrné, že )

I

UR1L

UR1

UL

IR2

IC

U

UR2C



***POZNÁMKA:***

*Využití zjednodušování obvodů pomocí impedancí a admitancí naleznete ve výukové prezentaci číslo 11.*

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

UR2

R2

I

UC

U

C

UR1

R1

L

UL

ICR2

IR1L



Pro porovnání výsledků použijeme stejný příklad   
jako v předchozí kapitole**.**

**Zadání:**

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého   
napětí U = 2 V, 1 kHz do sérioparalelního obvodu   
(viz obrázek) složeného z rezistoru R1 s odporem R1 = 330 Ω,  cívky s indukčností L = 100 mH, z kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF a z rezistoru R2 s odporem R2 = 2,2 kΩ.. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

|  |  |
| --- | --- |
| R1 = 330 Ω | I = ? |
| L = 100 mH = 0,1 H | P, Q, S = ? |
| C = 100 nF = 100 ⋅ 10-9 F | XL, XC =? |
| R2 = 2,2 kΩ = 2 200 Ω | R1P, XLP, XCP, R2P = ? |
| U = 2 V | G1P, BLP, BCP,G2P = ? |
| f = 1 kHz = 1 000 Hz | YP = ? |
|  | IR1P, ILP, ICP, IR2P = ? |
|  | UR1, UL, UC, UR2 = ? |
|  | φ = ? |

UR2

R2 =2,2 kΩ

I

UC

U = 2 V, 1 kHz

C=100 nF

UR1

R1 =330 Ω

L=100 mH

UL

I2

I1

Celý obvod si nahradíme obvodem složeným z impedancí, které nahrazují prvky v obou větvích obvodu.

Z2

I

U

Z1

I2

I1

Vypočteme impedance obou větví Z1 a Z2:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  | |
|  |  |  | |

Dále vypočteme proudy ve větvích a jejich fázové posuny proti napětí (napětí je na paralelním náhradním obvodu složenému z impedancí Z1 a Z2 stejné):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Chceme-li vypočíst i hodnotu celkového proudu (můžeme ji zjistit i graficky z fázorového diagramu) musíme spočítat činné a jalové složky větvových proudů a z nich pak činnou a jalovou složku proudu zdroje:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  |  | |
|  |  | | |
|  |  | |  |

Můžeme vypočíst i fázový posun φ mezi proudem a napětím zdroje:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nyní můžeme vypočíst úbytky napětí na jednotlivých prvcích (vrátíme se z náhradního obvodu na původní, kde procházející větvové proudy I1 a I2 vytvářejí tyto úbytky):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Teď máme vypočítány všechny parametry fázorového diagramu a můžeme jej sestrojit. Zvolíme si napěťové měřítko a měřítko proudové :

* celkový sérioparalelní obvod jsme nahradili paralelním obvodem složeným z impedancí Z1 a Z2 a v paralelním obvodu je řídícím fázorem fázor napětí

U

* dále zpožděný o úhel φ1 narýsujeme fázor proudu I1 (induktivní charakter impedance Z1)

U



I1

* obdobně nakreslíme o úhel φ2 před fázor napětí fázor proudu I2 (kapacitní charakter impedance Z2)

U



I1



I2

* vektorovým součtem obou větvových proudů dostaneme proud I tekoucí ze zdroje (posunutý proti fázoru napětí o úhel φ)

U



I1



I2



I

* nakonec ještě nakreslíme úbytky napětí na prvcích původního obvodu. Ve fázi s proudem I1 narýsujeme úbytek na rezistoru R1 (UR1) a na jeho konec o 90° před něj narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce UL. Obdobně narýsujeme i úbytek napětí na rezistoru R2 (UR2) ve fázi s proudem I2 a na jeho konec o 90° za něj narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru UC.

U



I1



I2



I

UR1

UC

UR2

UL

* 1. Skutečné parametry rezistorů, cívek a kondenzátorů

 ČAS KE STUDIU

45 minut teoretická příprava + 25 minut řešené příklady.

 CÍL

Pochopit parazitní parametry reálných prvků R, L a C. Poznat náhradní schémata skutečných prvků R, L a C.

 Pojmy k zapamatování

Skutečný rezistor = rezistor s nezanedbatelnými parazitními parametry (povrchový jev, indukčnost rezistoru, kapacita mezi vývody).

Skutečná cívka = cívka s nezanedbatelnými parazitními parametry (ztrátový odpor, povrchový jev, kapacita mezi vývody a mezi závity).

Skutečný kondenzátor = kondenzátor s nezanedbatelnými parazitními parametry (izolační odpor, povrchový jev, ztráty v dielektriku, indukčnost fólií a vývodů).

Skinefekt = povrchový jev = vytlačování proudu procházejícího vodičem k povrchu vodiče.

Ztrátový úhel = je to úhel, o který je zmenšen fázový posun mezi proudem a napětím na skutečné cívce (resp. skutečném kondenzátoru) proti fázovému posunu na cívce ideální (resp. ideálním kondenzátoru). Značí se řeckým písmenem δ.

Ztrátový činitel = jedná se o tangentu ztrátového úhlu (tg δ).

Činitel jakosti = značí se Q a je dán převrácenou hodnotou ztrátového činitele Q = 1/tg δ.

 VÝKLAD

Ve všech předchozích kapitolách jsme počítali jen s ideálními prvky obvodů, tedy s ideálním rezistorem s odporem R, ideální cívkou s indukčností L a ideálním kondenzátorem s kapacitou C. Teď si řekneme něco o skutečných neboli reálných prvcích R, L a C.

* + 1. Skutečný rezistor

Skutečný rezistor má v obvodu střídavého proudu větší odpor než v obvodu stejnosměrném, neboť se projevuje odpor způsobený tzv. povrchovým jevem neboli skinefektem a navíc má skutečný rezistor i indukční reaktanci způsobenou vlastní indukčností rezistoru (největší indukčnost mají rezistory vinuté z odporového drátu do tvaru cívky) a kapacitní reaktanci způsobenou kapacitou mezi vývody rezistoru (popř. se přičítá i kapacita mezi závity u vinutých rezistorů).

Skutečný rezistor tak můžeme popsat pomocí náhradního obvodu složeného z do série spojeného vlastního rezistoru R, odporu vlivem skinefektu Rf a cívky představující indukčnost rezistoru LR a k nim paralelně připojeného kondenzátoru představujícího parazitní kapacitu rezistoru CR.

Rf

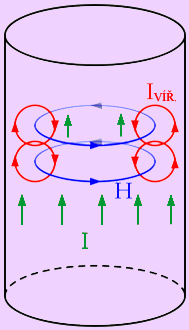
LR

CR

R

Jelikož jsou v náhradním obvodu cívka a kondenzátor je reálný rezistor závislý i na frekvenci střídavého proudu.

Nicméně pro většinu běžných výpočtů do frekvence 20 kHz můžeme reálný rezistor povařovat za ideální.

**

***POZNÁMKA:***

*Povrchový jev neboli skinefekt způsobuje vytlačování procházejícího proudu k povrchu vodiče. Elektrický střídavý proud procházející vodičem vytváří kolem něj indukční magnetický tok. Část tohoto toku prochází i samotným vodičem a indukuje v něm vířivé proudy. Ty se uzavírají tak, že blíže ke středu vodiče mají opačný směr než původní elektrický proud a tedy se od něj odečítají a naopak blíže k povrchu jsou směry vířivých proudů s původním proudem souhlasné a sčítají se s ním. Tloušťka*

*povrchové vrstvy, kterou prochází proud je tím menší, čím vyšší je frekvence proudu a čím větší jsou průřez, vodivost a relativní permeabilita vodiče.*

* + 1. Skutečná cívka

Skutečná cívka má kromě vlastní indukčnosti L i nezanedbatelný činný odpor vodiče, ze kterého je cívka navinuta a ten se musí navýšit i o vliv skinefektu celkový tzv. ztrátový odpor cívky značíme RL. V reálné cívce se uplatňuje též parazitní kapacita CL představující kapacitu mezi vývody a kapacitu mezi jednotlivými závity cívky.

Náhradní schéma skutečné cívky je tedy složeno ze sériové kombinace indukčnosti a rezistoru se ztrátovým odporem RL a k nim paralelně připojeného kondenzátoru s kapacitou CL.

RL

L

CL

Pro většinu výpočtů s reálnou cívkou můžeme parazitní kapacitu zanedbat a vystačíme si se spojením RL a L a to častěji do série, ale můžeme použít i náhradní schéma paralelní. Obě náhradní schémata si budou rovny, neboť se jedná o duální obvody.

RLP

LP

I

U

ILP

IRLP

RLS

LS

URLS

I

ULS

U

IS

S

S

URLS

ULS

U

U

ILP

P

IRLP

IP

S

Vlivem ztrátového odporu cívky dochází ke zmenšení fázového posunu mezi proudem a napětím na míň než 90° a to tzv. ztrátový úhel δ. Tangens tohoto úhlu se nazývá ztrátový činitel (tg δ). Z fázorových diagramů náhradních schémat je patrné, že ztrátový činitel můžeme vypočíst ze vztahů:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Převrácením ztrátového činitele dostaneme činitel jakosti náhradního obvodu Q.

* + 1. Skutečný kondenzátor

Kondenzátor ve skutečnosti nemá jenom kapacitu C, ale musíme počítat i s izolačním odporem, odporem způsobeným povrchovým jevem, odporem představujícím ztráty v dielektriku, s indukčností vývodů a u svitkových kondenzátorů s  indukčností fólií (při vysokých kmitočtech dosti značnou).

Náhradní schéma je pak tvořeno sériovým spojením vlastního kondenzátoru s kapacitou C s cívkou s parazitní indukčností LC a k nim je paralelně připojen rezistor s odporem RC odpovídajícím součtu všech parazitních odporů.

RC

LC

C

Ve většině případů můžeme parazitní indukčnost zanedbat a zůstane nám náhradní obvod složený z paralelně spojeného kondenzátoru a rezistoru, nebo dokonce můžeme pro velké množství výpočtů skutečný kondenzátor dát roven kondenzátoru ideálnímů. Opět můžeme použít i duální obvod sériový.

RCP

CP

U

ICP

IRCP

I

RCS

CS

URCS

I

UCS

U

S



URCS

UCS

U

I

U

ICP



IRCP

I

S

Vlivem ztrátového odporu kondenzátoru dochází ke zmenšení fázového posunu mezi proudem a napětím na míň než 90° a to tzv. ztrátový úhel δ (tg δ = ztrátový činitel). Z fázorových diagramů náhradních schémat je patrné, že ztrátový činitel můžeme vypočíst ze vztahů:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Převrácením ztrátového činitele dostaneme činitel jakosti náhradního obvodu Q.

 SHRNUTÍ POJMů

Skutečný rezistor, skutečná cívka, skutečný kondenzátor, povrchový jev neboli skinefekt, ztrátový činitel, činitel jakosti.

 OTÁZKY

Které parazitní parametry se projevují u reálných rezistorů, cívek a kondenzátorů a které z nich nemůžeme při běžných výpočtech zanedbat?

Co je to skinefekt a jak se projevuje?

Co to jsou ztrátový činitel a činitel jakosti a jaký je mezi nimi vztah?

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Vypočtěte činitel jakosti, ztrátový činitel a fázový posun mezi proudem a napětím na reálné cívce s indukčností 200 mH, je-li odpor jejího vinutí 100 Ω. Cívka je připojena ke zdroji napětí 1 V, 1 kHz.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

|  |  |
| --- | --- |
| L = 200 mH = 0,2 H | Q = ? |
| R = 100 Ω | tg δ = ? |
| U = 1 V | φ = ? |
| f = 1 kHz = 1000 Hz |  |

RL

L

I

U

Pro výpočet použijeme nejčastěji používaný náhradní obvod tedy obvod sériový.

Induktivní reaktance cívky je:

Činitel jakosti:

Ztrátový činitel:

Ztrátový úhel:

Fázový posun:



**Zadání:**

Jaký je ztrátový odpor skutečného kondenzátoru s kapacitou 0,5 μF, je-li jeho ztrátový činitel 0,01. Kondenzátor je připojen ke zdroji napětí 2 V, 15 kHz. Vypočtěte i činitel jakosti, a fázový posun mezi proudem a napětím.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

RC

C

U

I

|  |  |
| --- | --- |
| C = 0,5 μF = 0,5 ⋅ 10-6 F | RC = ? |
| tg δ =0,01 | Q = ? |
| U = 2 V | φ = ? |
| f = 15 kHz = 15 000 Hz |  |

Pro výpočet použijeme nejčastěji používaný náhradní obvod tedy obvod paralelní.

Úhlová rychlost:

Ze vztahu pro ztrátový činitel vypočteme ztrátový odpor kondenzátoru:

Činitel jakosti:

Ztrátový úhel:

Fázový posun:

* 1. Řešení obvodů střídavého proudu symbolickou metodou

Symbolická metoda využívá vyjadřování fázorů elektrických střídavých sinusových veličin pomocí komplexních čísel a jejich geometrické znázorňování v tzv. Gaussově rovině. V této kapitole popíšeme, jak se dají některé obvody jednodušeji spočítat pomocí komplexních čísel.

***POZNÁMKA:***

*Symbolickou metodu řešení obvodů používáme především pro výpočet velmi rozsáhlých a složitých obvodů napájených jedním zdrojem střídavého napětí (napájení z více zdrojů není součástí tohoto textu).*

* + 1. Komplexní číslo

 ČAS KE STUDIU

30 minut teoretická příprava.

 CÍL

Seznámit se s komplexními čísly a s jejich zobrazováním v Gaussově rovině. Seznámit se se všemi tvary komplexního čísla (složkový, goniometrický a exponenciální).

 Pojmy k zapamatování

Komplexní číslo = číslo složené ze dvou částí, z části reálné a z části imaginární, geometricky se zobrazuje v tzv. Gaussově rovině. V tomto textu jej značíme obrysovým písmenem velké abecedy (např. **K**).

Gaussova rovina = rovina pro zobrazení komplexních čísel, je popsána reálnou osou (Re - osa x) a osou imaginární (Im - osa y).

Velikost komplexního čísla = vzdálenost komplexního čísla od počátku souřadnic.

Argument komplexního čísla = úhel mezi znázorněním komplexního čísla a reálnou osou.

Imaginární jednotka = číslo j definované jako odmocnina z -1.

Komplexně sdružené číslo = číslo, které má s původním komplexním číslem stejnou reálnou část a jeho imaginární část má opačné znaménko.

***POZNÁMKA:***

*V matematice se imaginární jednotka značí písmenem i, ale v elektrotechnice používáme značení písmenem j, aby se označení nepletlo s označením okamžité hodnoty proudu.*

 VÝKLAD

Re

Im

1

- 1

- j

j

Gaussova rovina je popsána tzv. reálnou osou (označenou Re) a na ni kolmou tzv. osou imaginární (Im). Když v této rovině nakreslíme tzv. jednotkovou kružnici (kružnici o poloměru 1), pak na reálné ose vytkne číslo 1 v kladné poloose a číslo –1 v poloose záporné a na imaginární ose číslo j v kladné poloose a číslo – j v poloose záporné. Kde j je tzv. imaginární jednotka definovaná jako odmocnina z mínus jedné  
.

Každé komplexní číslo **K** umístěné v Gaussově rovině můžeme vyjádřit pomocí jeho složek k1 a k2 vytknutých na jednotlivých osách (tzv. složkový tvar komplexního čísla):   
**K** =k1 + j ⋅ k2.

Re

Im

k1

k2

**K** =k1 + j⋅k2



Absolutní velikost komplexního čísla je dána jeho vzdáleností od počátku a můžeme ji vypočíst ze vztahu:  
Úhel κ je tzv. argument komplexního čísla a můžeme jej vypočíst pomocí některé goniometrické funkce ze vztahů:

Vyjádříme-li si složky komplexního čísla pomocí goniometrických funkcí, můžeme komplexní číslo vyjádřit také v tzv. goniometrickém tvaru:

**K** =K ⋅ cos κ + j ⋅ K ⋅ sin κ = K⋅(cos κ + j ⋅ sin κ).

Využijeme-li tzv. Eulerova vztahu (e±jφ = cos φ ± j ⋅ sin φ), můžeme komplexní číslo vyjádřit i v exponenciálním tvaru:

**K** =K ⋅ e jκ, kde e je tzv. Eulerovo číslo, které je základem přirozeného logaritmu a je přibližně e = 2,718 28.

Takže obecně lze komplexní číslo **K** vyjádřit ve tvaru:

**K** =k1 ± j ⋅ k2 = K⋅(cos κ ± j ⋅ sin κ) = K ⋅ e ±jκ.

Re

Im

k1

k2

-k2

**K** =k1 + j ⋅ k2

=k1 –  j ·k2





V Gaussově rovině můžeme ke komplexnímu číslu **K** také najít číslo komplexně sdružené , které má stejnou reálnou složku, ale imaginární složka má opačné znaménko: = k1 – j ⋅ k2.

***POZNÁMKA:***

*Teorii komplexního čísla naleznete ve výukové prezentaci číslo 12.*

 SHRNUTÍ POJMů

Komplexní číslo, reálná složka komplexního čísla, imaginární složka komplexního čísla, Gaussova rovina, složkový tvar komplexního čísla, goniometrický tvar komplexního čísla, exponenciální tvar komplexního čísla, komplexně sdružené číslo. Velikost a argument komplexního čísla

 OTÁZKY

Jakými osami popisujeme Gaussovu rovinu?

Jak nazýváme složky komplexního čísla.

Co je to číslo komplexně sdružené?

 Praktické úlohy

*Úloha 1. 9. 1. 1.*

Vyjádřete komplexní číslo **C** = 8 + j ⋅ 6 v goniometrickém a exponenciálním tvaru.

*Úloha 1. 9. 1. 2.*

Vypočtěte velikost a argument komplexního čísla **D** = 6 – j ⋅ 10.

*Úloha 1. 9. 1. 3.*

Znázorněte v Gaussově rovině komplexní číslo **E** = 4 ⋅ (cos 30° – j ⋅ sin 30°) a dále znázorněte číslo komplexně sdružené k **E**.

* + 1. Matematické operace s komplexními čísly

 ČAS KE STUDIU

45 minut teoretická příprava

 CÍL

Provádět matematické operace s komplexními čísly.

 VÝKLAD

S komplexními čísly můžeme provádět stejné matematické operace jako s jinými čísly, můžeme je sčítat, odečítat, násobit i dělit a platí i další pravidla jako například komutativita, asociativita nebo distributivita.

*Sčítání a odečítání komplexních čísel* provádíme s komplexními čísly jen ve složkovém tvaru a to tak že sečteme nebo odečteme zvlášť jejich reálné a zvlášť imaginární složky (výsledkem je nové komplexní číslo):

***POZNÁMKA:***

*Komplexní čísla by šlo sčítat a odečítat i v exponenciálním tvaru, ale museli by mít stejný argument:*

*Násobení komplexních čísel* ve složkovém tvaru provádíme jako roznásobení dvojčlenů, tedy vynásobením obou složek jednoho komplexního čísla s oběma složkami druhého komplexního čísla (výsledkem je opět nové komplexní číslo):

Při *násobení komplexních čísel* v exponenciálním tvaru, vynásobíme jejich velikosti a jejich argumenty sečteme:

*Dělení komplexních čísel* ve složkovém tvaru provádíme jako násobení zlomku jedničkou vytvořenou jako zlomek, jehož čitatel i jmenovatel je roven komplexně sdruženému číslu ke jmenovateli původního zlomku a dále pokračujeme roznásobením čitatele a jmenovatele (násobení dvou komplexních čísel ve složkovém tvaru):

Ve jmenovateli se odečtou složky s imaginární jednotkou a zůstane v něm jen součet druhých mocnin obou složek jmenovatele původního zlomku:

Nakonec vydělíme reálnou i imaginární složku čitatele jmenovatelem a dostaneme výsledek dělení jako nové komplexní číslo:

*Dělení komplexních čísel* v exponenciálním tvaru je jednodušší, neboť „jen“ vydělíme jejich velikosti a odečteme jejich argumenty:

Pro sčítání a násobení komplexních čísel platí pravidla:

*Pravidlo komutativity:*

*Pravidlo asociativity:*

Pravidlo distributivity:

***POZNÁMKA:***

*Matematické operace s komplexními čísly naleznete ve výukové prezentaci číslo 12.*

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY



**Zadání:**

Jsou dána dvě komplexní čísla **M** = 10 + j ⋅ 6 a **N** = 4 + j ⋅ 8, proveďte matematické operace:

a) b)

c) d)

**Řešení:**



**Zadání:**

Jsou dána dvě komplexní čísla **O** = 7 + j ⋅ 12 a **P** = 9 – j ⋅16, proveďte matematické operace:

a) b)

c) d)

**Řešení:**

 OTÁZKY

Jak sčítáme a jak odečítáme dvě komplexní čísla?

Jak násobíme dvě komplexní čísla?

Jak dělíme dvě komplexní čísla?

 Praktické úlohy

*Úloha 1. 9. 1. 1.*

Jsou dány komplexní čísla **R** = 5 + j ⋅ 5, **S** = 10 – j ⋅ 16 a **T** = 8 – j ⋅ 2*.*

Vypočtěte:

a) b) c)

d) e) f)

* + 1. Impedance a admitance v komplexním tvaru

 ČAS KE STUDIU

30 minut teoretická příprava

 CÍL

Seznámit se s vyjádřením impedance a admitance v komplexním tvaru. S jejich reálnými a imaginárními složkami, jejich velikostmi a argumenty.

 Pojmy k zapamatování

Impedance v komplexním tvaru = impedance sériově řazené části obvodu vyjádřená pomocí reálné a imaginární složky. Reálnou složku tvoří součet elektrických odporů všech rezistorů sériové větve obvodu a složku imaginární tvoří součet všech reaktancí této větve (induktivní reaktance s kladným znaménkem, reaktance kapacitní se znaménkem záporným) **Z** =R + j ⋅ X.

Admitance v komplexním tvaru = admitance paralelně řazené části obvodu vyjádřená pomocí reálné a imaginární složky. Reálnou složku tvoří součet elektrických vodivostí všech rezistorů paralelně řazených a složku imaginární tvoří součet všech paralelně řazených susceptancí (induktivní susceptance se záporným znaménkem, susceptance kapacitní se znaménkem kladným) **Y** =G + j ⋅ B).

 VÝKLAD

Vyjádříme-li střídavý proud a napětí komplexními čísly (**I**, **U**), pak i jejich podíl bude číslo komplexní:

Činná složka impedance je elektrický odpor a jalová složka je reaktance, tedy   
**Z** =R ± j ⋅ X, přičemž je-li reaktance induktivního charakteru je znaménko plus   
(**Z** =R + j ⋅ XL) a je-li charakteru kapacitního je znaménko mínus (**Z** =R – j ⋅ XC).

Činná složka admitance je elektrická vodivost a její jalová složka je susceptance, tedy **Y** =G ± j ⋅ B, přičemž je-li susceptance induktivního charakteru je znaménko mínus (**Y** =G – j ⋅ BL) a je-li charakteru kapacitního je znaménko plus (**Y** =G + j ⋅ BC).

Re

Im

R

X

**Z** =R + j⋅X



Re

Im

G

B

**Y** =G + j⋅B



Impedance sériově řazených prvků R, L, C vyjádřená v komplexním tvaru je tedy dána vztahem:  
.

UR

I

UL

L

U

UC

C

R

Pro tento obvod můžeme napsat i rovnici dle druhého Kirchhoffova zákona: a po dosazení z Ohmova zákona pro jednotlivé úbytky napětí () dostaneme rovnici ve tvaru: . A jelikož , pak impedance je opravdu .

Její velikost a argument jsou dány známými vztahy:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Admitance paralelního R, L, C obvodu je v komplexním tvaru dána vztahem: .

Pro tento obvod můžeme napsat i rovnici dle prvního Kirchhoffova zákona: a po dosazení z Ohmova zákona pro jednotlivé proudy (  
) dostaneme rovnici ve tvaru:   
. A jelikož , pak admitance je opravdu:   
 .

I

U

IC

IR

R

L

IL

C

Velikost admitance a její argument jsou dány vztahy:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

 SHRNUTÍ POJMů

Impedance v komplexním tvaru a její složky, admitance v komplexním tvaru a její složky.

 OTÁZKY

Čím je dána reálná a čím imaginární složka impedance?

Čím je dána reálná a čím imaginární složka admitance?

 Praktické úlohy

*Úloha 1. 9. 3. 1.*

Je dán sériově řazený obvod složený z těchto prvků: R1 = 10 Ω, XL1 = 25 Ω, XC = 18 Ω, XL2 = 13 Ω, R2 = 14 Ω a R3 = 16 Ω. Vyjádřete impedanci v komplexním tvaru a vypočtěte její velikost a argument.

*Úloha 1. 9. 3. 2.*

Je dán paralelně řazený obvod složený ze stejných prvků jako v předchozí úloze. Vyjádřete admitanci tohoto obvodu v komplexním tvaru a vypočtěte její velikost a argument.

***POZNÁMKA:***

*Jelikož definice činné a jalové složky proudu říká, že činná složka je ve fázi s napětím a jalová je posunuta o 90°. Pak je-li fázor napětí na reálné ose, je reáoudu rovna proudu činnému a imaginární složka proudu je rovna proudu jalovému.*

* + 1. Řešení obvodů symbolickou metodou

 ČAS KE STUDIU

30 minut teoretická příprava + 135 minut řešené příklady.

 CÍL

Naučit se zjednodušovat složené obvody, jejichž části jsou nahrazeny impedancemi (popřípadě admitancemi), které jsou vyjádřeny v komplexním tvaru.

 VÝKLAD

Proud procházející sériově řazenými impedancemi na nich vytvoří úbytky napětí, jejichž součet je dle druhého Kirchhoffova zákona roven napětí zdroje , po vydělení proudem dostaneme vztah:

UZ1

I

UZ2

U

UZ3

Z1

Z2

Z3

Tedy celková impedance je dána součtem jednotlivých sériově řazených impedancí (reálná složka je dána součtem všech reálných složek jednotlivých impedancí – tedy elektrických odporů a imaginární složka je dána součtem všech imaginárních složek jednotlivých impedancí – tedy reaktancí).

Proud procházející ze zdroje napětí do paralelně řazených admitancí se rozdělí v jejich poměru do jednotlivých větví. Součet větvových proudů je dle prvního Kirchhoffova zákona roven proudu zdroje a po vydělení napětím dostaneme vztah:

I

U

I3

I1

I2

Y1

Y2

Y3

Tedy celková admitance je dána součtem admitancí jednotlivých větví (reálná složka je dána součtem všech reálných složek jednotlivých admitancí – tedy elektrických vodivostí a imaginární složka je dána součtem všech imaginárních složek jednotlivých admitancí – tedy susceptancí).

Pro dvě paralelně řazené impedance můžeme odvodit vztah obdobný vztahu pro dva paralelní rezistory zapojené v obvodu stejnosměrného proudu

I

U

I1

I2

Z1

Z2

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Celý postup ukážeme na řešených příkladech, nejdříve ukážeme řešení stejného příkladu jako v kapitole 1.7.3.(příklad 1.7.3.1.) a poté vyřešíme obvod složený z mnoha prvků, na kterém si ukážeme výhodu této metody.

UR2

R2

I

UC

U

C

UR1

R1

L

UL

I2

I1



**Zadání:**

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého   
napětí U = 2 V, 1 kHz do sérioparalelního obvodu   
(viz obrázek) složeného z rezistoru R1 s odporem   
R1 = 330 Ω,  cívky s indukčností L = 100 mH,   
z kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF a z rezistoru R2 s odporem R2 = 2,2 kΩ. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry impedančního a admitančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční a admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

**Řešení:**

*Schéma zapojení: Vyjádření zadání:*

|  |  |
| --- | --- |
| R1 = 330 Ω | I = ? |
| L = 100 mH = 0,1 H | P, Q, S = ? |
| C = 100 nF = 100⋅10-9 F | XL, XC =? |
| R2 = 2,2 kΩ = 2 200 Ω | R1P, XLP, XCP, R2P = ? |
| U = 2 V | G1P, BLP, BCP,G2P = ? |
| f = 1 kHz = 1 000 Hz | YP = ? |
|  | IR1P, ILP, ICP, IR2P = ? |
|  | UR1, UL, UC, UR2 = ? |
|  | φ = ? |

UR2

R2 =2,2 kΩ

I

UC

U = 2 V, 1 kHz

C=100 nF

UR1

R1 =330 Ω

L=100 mH

UL

I2

I1

Obvod si nahradíme impedancemi jednotlivých větví, ty pak vyjádříme v komplexním tvaru a z nich vypočteme celkovou impedanci obvodu.

Z2

I

U

Z1

I2

I1

Z

I

U

Nejprve ale musíme indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru přepočíst na reaktance:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Nejdříve ukázka řešení roznásobením zlomku jedničkou tvořenou poměrem komplexně sdruženého čísla jmenovatele:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | |  |
|  |  | | |  |
|  |  | | | |
|  | | | | |
|  | | | | |
|  | | | | | |
|  | | |  | |
|  | |  | | |
|  | |  | | |
|  | |  | | |

Tentýž výpočet použitím komplexních čísel v exponenciálním tvaru:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |
|  |  | |  |
|  |  | | |
|  |  | |  |
|  |  | |  |
|  |  | | |
|  |  | | |
|  | |  | | |
|  | |  | | |
|  | |  | | |
|  | |  | |

Porovnáním s výsledky příkladu 1.7.3.1. nalezneme drobné nesrovnalosti dané zaokrouhlováním.

Nyní můžeme vypočíst proud ze zdroje a proudy v jednotlivých větvích:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Dále vypočteme úbytky napětí na jednotlivých prvcích původního obvodu:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | |
|  |  | | |
|  |  |  | |
|  |  | | |
|  |  | | |
|  |  | | |
|  |  |  | |
|  |  | | |
|  |  |  | |
|  |  | | |
|  |  | |  |
|  |  | | |
|  |  | |  |
|  |  | | |
|  |  | |  |

Nyní můžeme přistoupit ke konstrukci fázorového diagramu. Zvolíme si napěťové měřítko a měřítko proudové :

* Vycházíme z fázoru napětí, se kterým jsou ve fázi činné složky proudů tekoucí větvemi, jalové složky obou proudů jsou posunuty o 90°(proud I1 za napětí, proud I2 před napětí. Vektorový součet činné a jalové složky je roven odpovídajícímu větvovému proudu:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | |

I1j

U

I2j

I1č

I2č

I1

I2

Součet větvových proudů je roven proudu ze zdroje, který můžeme také zkonstruovat jako součet jeho činné a jalové složky. Proud je posunut za napětí o úhel φ:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Ij

U



Ič

I

I2č

I1

I2

Ve fázi s větvovými proudy jsou úbytky napětí na rezistorech a přičteme-li k nim úbytky na cívce (o 90°před UR1) a na kondenzátoru (o 90°za UR2) dostaneme napětí zdroje. Samozřejmě můžeme úbytky napětí zkonstruovat i z jejich činných a jalových složek:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

ILP

U

ICP



IR1P

I

IR2P

IR1L

ICR2

UR1

UL

UC

UR2

U



I

UR1

UL

UC



I1

I2





UR2



***POZNÁMKA:***

*Využití komplexních číslel pro řešení sérioparalelních obvodů naleznete ve výukové prezentaci číslo 13.*



**Zadání:**

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 3,2 V, do sérioparalelního obvodu dle obrázku. Dále vypočtěte proudy tekoucí jednotlivými prvky obvodu a úbytky napětí na nich

L4 (21,6 Ω)

UR4

UC3

UR2

R2 =10 Ω

I

UC1

U = 3,2 V

C1 (XC1 = 5 Ω)

UR1

R1 =10 Ω

L1 (XL1 = 25 Ω)

UL1

R5 =41,2 Ω

UL4

R3 =7,375 Ω

L2 (16 Ω)

UL2

UC2

C2 (1,375 Ω)

R4 =15 Ω

L3 (30 Ω)

UL3

UR5

UR3

C3 (5 Ω)

R6 =10 Ω

UR6

R8 =10 Ω

L5 (15 Ω)

UL5

UR8

R7 =10 Ω

UR7

**Řešení:**

Obvod si nahradíme impedancemi jednotlivých větví a ty vyjádříme v komplexním tvaru.

Z2

I

U

Z1

Z6

Z3

Z4

Z5

Z8

Z7

Z9

Z10

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Obvod zjednodušíme nahrazením paralelně řazených impedancí čímž dostaneme obvod:

I

U

Z6

Z13

Z14

Z11

Z3

Z12

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Dále sečteme impedance v jednotlivých větvích a nakonec vyločteme celkovou impedanci:

I

U

Z

I

U

Z15

Z16

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | |
|  |  |
|  |  |
|  | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | |
|  |  |

Dále vypočteme proud ze zdroje:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Nakonec výpočtu se musíme postupně vracet k původnímu obvodu, přičemž vždy vypočteme proudy ve větvích a úbytky napětí na jednotlivých prvcích:

I

U

Z

I

I16

I15

U

Z15

Z16

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

I

U

Z6

Z13

Z14

Z11

Z3

Z12

I16

I15

U11

U3

U12

U14

U13

U6

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | |
|  | |  |
|  |  | |
|  | |  |
|  |  | |
|  | |  |
|  |  | |
|  | |  |
|  |  | |
|  | |  |
|  |  | |
|  | |  |

I15

Z2

I

U

Z1

Z6

Z3

Z4

Z5

Z8

Z7

Z9

Z10

I16

U11

U3

U12

U14

U13

U6

I7

I8

I9

I10

I4

I5

I1

I2

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  | |
|  |  |

U11

U3

U12

U14

U13

U6

L4

UR4

UC3

UR2

R2

I

UC1

U

C1

UR1

R1

L1

UL1

R5

UL4

R3

L2

UL2

UC2

C2

R4

L3

UL3

UR5

UR3

C3

R6

UR6

R8

L5

UL5

UR8

R7

UR7

I16

I7

I8

I9

I10

I4

I5

I1

I2

I15

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Pro doplnění můžeme přepočíst hodnoty obvodových veličin (jejich složek) na délky a narýsovat fázorový diagram:

Zvolíme měřítko napětí a proudu

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

U

Ij

Ič

I



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

U

I15j

I15č

I

I15

I16j

I16č

I16



Jelikož známe velikosti reálných i imaginárních složek všech napětí a všech proudů, můžeme je jednoduše nakreslit (musíme si jen dát pozor na znaménko, tedy na směr). Pro přehlednost nakreslíme jen napětí na cívce L4 a rezistoru R5 a jejich součet, tedy napětí U6.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

U6

U

UL4

I

I15

UR5

I16



Stejně bychom mohli narýsovat i všechny ostatní fázory.

**POUŽITÁ LITERATURA:**

[1] VOŽENÍLEK, Ladislav; ŘEŠÁTKO, Miloš. Základy elektrotechniky I. Praha: SNTL, 1984. Střídavý proud, s. 301.

[2] BLAHOVEC, Antonín. Elektrotechnika III: Příklady a úlohy. Vydání páté, nezměněné. Praha: Informatorium, 2002. 291 s. ISBN 80-7333-045-8

[3] TKOTZ, Klaus a kolektiv. Příručka pro elektrotechnika. Přeložil Jiří Handlíř. Praha: EUROPA - SOBOTÁLES cz, 2002. Sinusové střídavé veličiny, s. 561. ISBN 80-86706-00-1.



Vzdělávací programy byly vytvořeny školními týmy metodiků odborného vzdělávání z partnerských škol, které zapojily do realizačních týmů významné odborníky z praxe a zástupce zaměstnavatelů s cílem zajistit co nejtěsnější vazby na potřeby praxe i vývojových tendencí v příslušném oboru. Tyto týmy zajišťují celý proces přípravy i realizace vzdělávacích programů od tvorby, pilotního ověření, inovace na základě zpětné vazby a získaných poznatků, následnou realizaci v rámci vzdělávání pedagogů jiných škol i akreditaci těchto programů pro potřeby DVPP. Takto mohou být výstupy projektu dále šířeny prostřednictvím pilotních partnerských škol, které v roli regionálního oborového centra zajistí specifické DVPP pro potřeby učitelů odborných předmětů, učitelů odborného výcviku a praktického vyučování z vybraných oblastí i po ukončení tohoto krajského projektu.

Projekt Moravskoslezského kraje TIME je zaměřen na podporu odborného vzdělávání a návrh podmínek a nástrojů k nastavení krajského systému specifického odborně a profesně orientovaného dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků (DVPP) v Moravskoslezském kraji pro potřeby vybraných kategorií pedagogických pracovníků středních odborných škol.